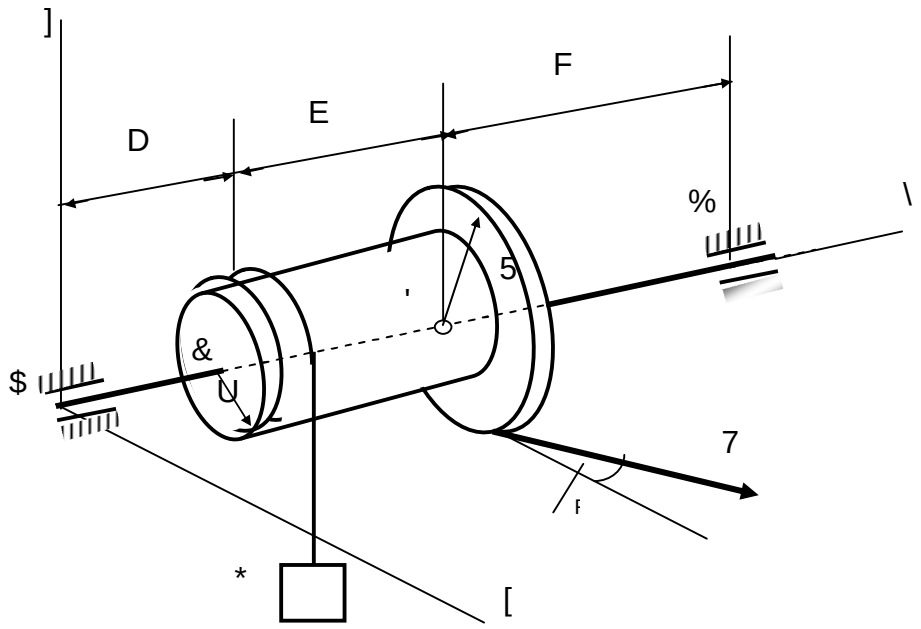
Fbgbkl_jkl\h h[jZah\Zgbymdbbfheh^_`ghc iheblbdb
DjZkgh^Zjkdh]h djZy

=;HM KIHDJ:KGH>:JKDBC L??DKGDBBQC DHEE?D@

D < JHSBG

L?OGBQ?KD:Y
F?O:GBD:

F_lh^bq_kdb_ mdZaZgby b aZ^Zgbyb bdq_jkZdkbf_lgh
jZ[hlZf ^ey klm^_gbh\dmjkZHki_pbZevgbhkl
FhglZ` b l_ogbq_kdZy wdkiemZlZpby ijhfure
h[hjm^h\Zgby L_ogbq_kdh_ h[kem`b\Zgb_ b j_f
Z\lhfh[bevgh]h ljZgkihjlZ



DjZkgh^Zj

УДК 621.01

ББК 30.12

Р–81

Рощин К.В.

Техническая механика: методические указания и задания к контрольной работе для студентов специальностей заочной формы обучения / К.В. Рощин. Краснодар: ГБПОУ КК КТК, 2015. 80 с. 100 экз.

Методические указания составлены на основании примерной программы по дисциплине «Техническая механика» для специальностей среднего профессионального образования, утвержденной Научно-методическим центром среднего профессионального образования, а также требований ФГОС III поколения среднего профессионального образования, утвержденных Министерством образования и науки Российской Федерации в 2014 году.

Методические указания содержат краткое содержание общего курса дисциплины «Техническая механика», список рекомендованной и дополнительной литературы, а также вопросы для самопроверки и подготовки к экзамену. В предлагаемом издании приведены задания к контрольной работе для студентов-заочников всех специальностей КТК. Рассмотрены примеры выполнения контрольных задач, справочные данные и основные требования к оформлению контрольных работ.

При разработке заданий для выполнения контрольных работ использованы методические указания и контрольные задания по сопротивлению материалов для студентов-заочников, утвержденные Главным учебно-методическим управлением высшего образования в 1990 году и др. литература.

Рецензенты:

Редина С.Г., преподаватель ГБОУ СПО КТК КК, инженер-механик;

Бледнова Ж.М., доктор технических наук, заслуженный машиностроитель РФ, профессор кафедры Динамика и прочность машин Кубанского государственного технологического университета.

Печатается по решению методического совета колледжа

© Краснодарский технический колледж, 2015

СОДЕРЖАНИЕ

Введение ……..... 4

Общие требования к выполнению контрольной работы ……...…. 5

Задачи контрольной работы …….. 7

Методические указания и примеры решения задач ……. 26

Контрольные вопросы для подготовки к аттестации …… 73

Справочные приложения …….. 74

Литература ……. 79

ВВЕДЕНИЕ

Учебная программа «Техническая механика» предусматривает изучение общих законов движения и равновесия материальных тел, основ расчета элементов конструкции на прочность, жёсткость и устойчивость, основ проектирования деталей и сборочных единиц машин и состоит из 3 основных разделов: теоретической механики, сопротивления материалов и деталей машин.

Теоретическая механика наряду с математикой и физикой имеет большое общеобразовательное значение, являясь научной базой современной техники, основой других учебных дисциплин, необходимых инженерам.

Главная задача раздела теоретической механики – обучение наиболее общим принципам равновесия и движения механических систем, обучение методам и анализу инженерно-технических задач.

Как одна из важнейших физико-механических дисциплин теоретическая механика играет существенную роль в подготовке инженеров любых специальностей. На основных законах и принципах теоретической механики базируются многие общеинженерные дисциплины: сопротивление материалов, строительная механика, гидравлика, детали машин и др.

Сопротивление материалов – наука, занимающаяся вопросами прочности, жесткости и устойчивости частей различных сооружений и машин, входящая составной частью в научную дисциплину «Механика деформируемого твердого тела». При проектировании различных инженерных сооружений приходится определять размеры отдельных элементов конструкций. Эта задача решается на основе расчетов, цель которых – создание долговечного и экономичного сооружения.

Основные понятия сопротивления материалов опираются на законы и теоремы теоретической механики и в первую очередь на законы статики, без знания которых изучение данного предмета становится практически невозможным.

В отличие от теоретической механики сопротивление материалов рассматривает задачи, где наиболее существенными являются свойства деформируемых тел, а законы движения тела как жесткого целого не только отступают на второй план, но в ряде случаев являются попросту несущественными.

Сопротивление материалов имеет целью создать практически приемлемые простые приемы расчета типичных, наиболее часто встречающихся элементов конструкций. Необходимость довести решение каждой практической задачи до некоторого числового результата заставляет в ряде случаев прибегать к упрощающим гипотезам – предположениям, которые оправдываются в дальнейшем путем сопоставления расчетных данных с экспериментом.

Конструкция считается прочной, если размеры каждого его элемента выбраны так, что способны воспринимать заданную нагрузку, не разрушаясь с учетом нормативного времени. Жесткость конструкции обеспечивается, если под действием заданной внешней нагрузки деформации не превышают допустимые приделы. Конструкция считается устойчивой, если она сохраняет первоначальную форму упругого равновесия при действии внешних нагрузок. В основу методов расчетов на прочность, жесткость и устойчивость положен главный метод сопротивления материалов – метод сечений.

ОБЩИЕ ТРЕБОВАНИЯ ВЫПОЛНЕНИЯ КОНТРОЛЬНОЙ РАБОТЫ

В процессе изучения курса “Техническая механика” студенты-заочники выполняют одну контрольную работу. Номера задач, входящие в каждую контрольную работу по специальностям, определяет преподаватель. Исходные данные для выполнения каждой задачи студенты выбирают в соответствии со своим учебным шифром. Шифром считаются **три последние его цифры**, например, если шифр 1056, то учебным шифром будет 056. Если шифр двузначный, например 32, то следует 32 записать дважды (3232) и взять три последние цифры 232. Каждая таблица вариантов разделена на три части. Для получения исходных данных надо выписать из таблицы три строчки: одну, отвечающую первой цифре шифра; вторую, отвечающую второй (средней) цифре, и третью, отвечающую последней – третьей цифре шифра. **Работы, выполненные с нарушением этих указаний, не зачитываются и возвращаются без рассмотрения.** Например, в задаче 1 по шифру 056 следует взять для расчета схему VI, величину усилия P_1 = 10 кН, усилия P_2 = 34 кН.

Номера задач, входящих в состав контрольной работы для студентов заочной формы обучения приведены в таблице.

Номера задач для студентов специальностей		
М	**АМ**	**Т, Э, К**
Все кроме 3, 12	1 – 12	1, 4, 5, 6, 8, 9, 10

Не следует приступать к выполнению контрольных заданий, не изучив соответствующего раздела курса. Несамостоятельно выполненные контрольные работы не дают возможности преподавателю-рецензенту вовремя заметить недостатки в работе студента-заочника. В результате студент не приобретает необходимых знаний и оказывается неподготовлен-

ным к экзамену. **Все контрольные работы обязательно подлежат защите в установленном порядке.**

В заголовке контрольной работы должны быть четко написаны: номер контрольной работы, название дисциплины, фамилия, имя и отчество студента (полностью), название специальности, учебный шифр.

Контрольные работы, выполненные не в соответствии с данными методическими указаниями, преподавателем не рецензируются.

Каждую контрольную работу следует оформлять в особой тетради или на листах формата А4, помещенных в общий файл. Текст работы выполняется чернилами или пастой черного, синего или фиолетового цветов четким почерком, с полями 5 см для замечаний рецензента. **Распечатка текста контрольной работы на принтере не допускается.**

Перед решением задачи необходимо полностью записать ее условие и численные значения исходных данных. Перед каждой расчетной операцией необходимо дать краткое пояснение смысла и последовательности выполнения данного этапа расчета. Приступая к выполнению каждого пункта расчета, следует иметь в виду, что некоторые буквенные обозначения введены лишь как исходные данные. Все расчеты должны выполняться с соблюдением правил приближенных вычислений с точностью до двух цифр после запятой, кроме особо оговоренных случаев. При оформлении контрольной работы в обязательном порядке необходимо указывать размерность всех величин.

Чертежи в работе должны быть выполнены аккуратно, карандашом или черной ручкой, в выбранном масштабе, с помощью чертежных инструментов. Характерные ординаты эпюр и графиков, оси и другие величины рекомендуется выделять цветом, отличным от основного. На чертежах следует проставлять как буквенные, так и численные значения размеров, нагрузок и реакций опор.

По получении проверенной контрольной работы студент должен исправить в ней все отмеченные ошибки и выполнить все сделанные ему указания. **При исправлении контрольной работы не разрешается стирать вопросы и замечания, сделанные преподавателем**. **Отдельно от работы исправления не рассматриваются**. Исправленные контрольные работы отсылаются для повторного рецензирования. Полностью исправленные работы допускаются к защите.

Задача 1.

Стержни АВ и СВ соединены шарниром В, на ось которого действуют две нагрузки P_1 и P_2, как показано на рисунке 1. Крепления стержней в точках А и С шарнирные. Определить усилия в стержнях и подобрать поперечное сечение в стержнях в виде двух равнобоких уголков по ГОСТ 8509-72 из условия прочности при растяжении-сжатии. Схемы нагружений стержней в задачах и числовые значения сил P_1 и P_2 для своего варианта взять из таблицы 1.

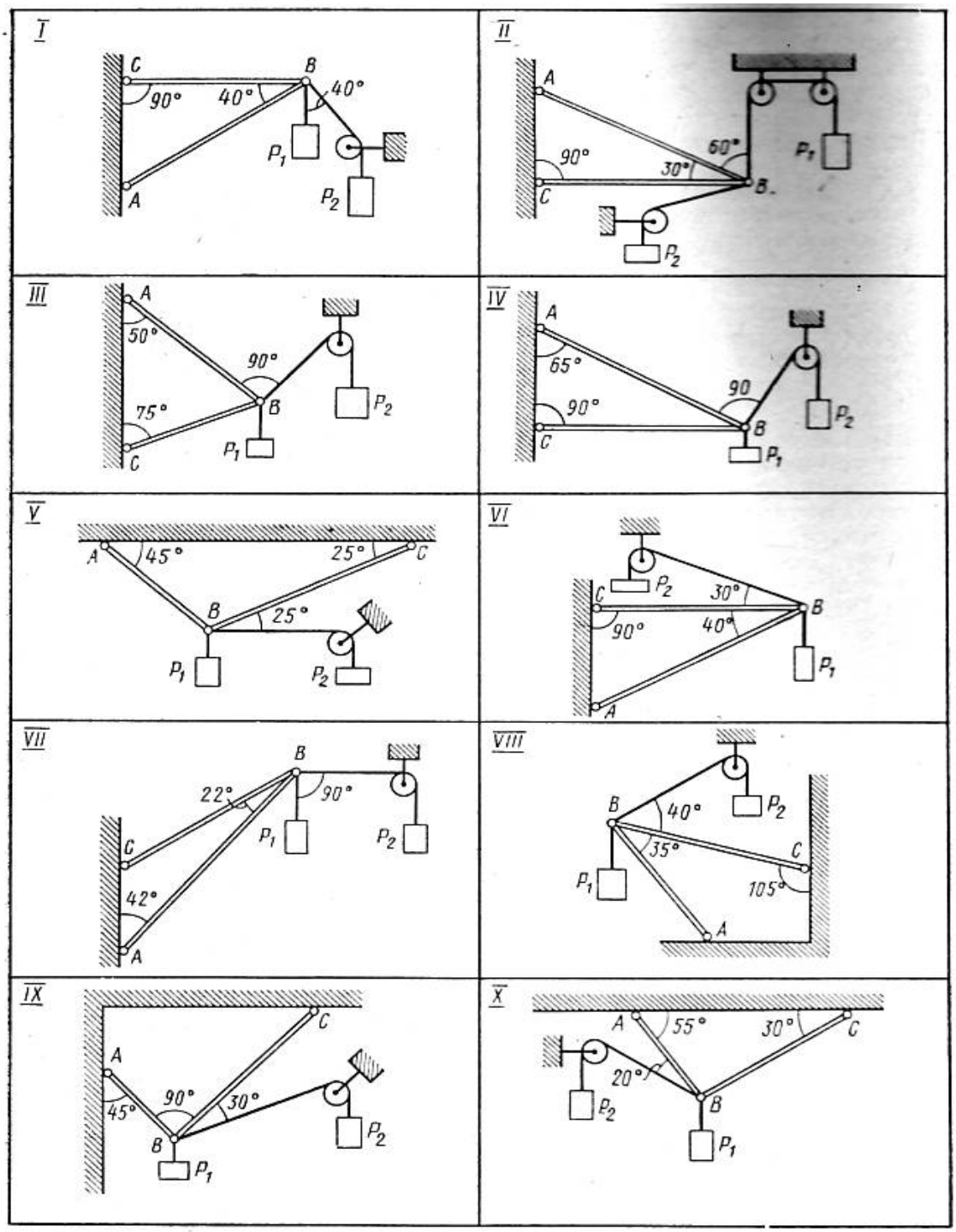


Рисунок 1. Схемы к задаче 1

Таблица 1. Исходные данные к задаче 1.

№ строки	Первая цифра шифра	Вторая цифра шифра	Третья цифра шифра
	P_1 (кН)	P_2 (кН)	Номер схемы
0	10	14	10
1	20	16	1
2	30	18	2
3	25	22	3
4	35	23	4
5	15	34	5
6	23	27	6
7	34	32	7
8	26	40	8
9	28	36	9

Задача 2

Механизм состоит из ступенчатых колес *1—3*, находящихся в зацеплении или связанных ременной передачей, зубчатой рейки *4* и груза *5*, привязанного к концу нити, намотанной на одно из колес (рис. 2 , табл. 2). Радиусы ступеней колес равны соответственно: у колеса *1* — $r_1 = 2$ см, $R_1 = 4$ см, у колеса *2* — $r_2 = 6$ см, $R_2 = 8$ см, у колеса *3* — $r_3 = 12$ см, $R_3 = 16$ см. На ободьях колес расположены точки *A*, *B* и *C*.

В столбце «Дано» таблицы указан закон движения или закон изменения скорости ведущего звена механизма, где $\varphi_1(t)$ — закон вращения колеса *1*, $s_4(t)$ — закон движения рейки *4*, $\omega_2(t)$ — закон изменения угловой скорости колеса *2*, $v_5(t)$ — закон изменения скорости груза *5* и т. д. (везде φ выражено в радианах, s — в сантиметрах, t — в секундах). Положительное направление для φ и ω против хода часовой стрелки, для s_4, s_5 и v_4, v_5 — вниз.

Определить в момент времени $t_1 = 2$ с указанные в таблице в столбцах «Найти» скорости (v — линейные, ω — угловые) и ускорения (a — линейные, ε — угловые) соответствующих точек или тел (v_5 — скорость груза *5* и т. д.).

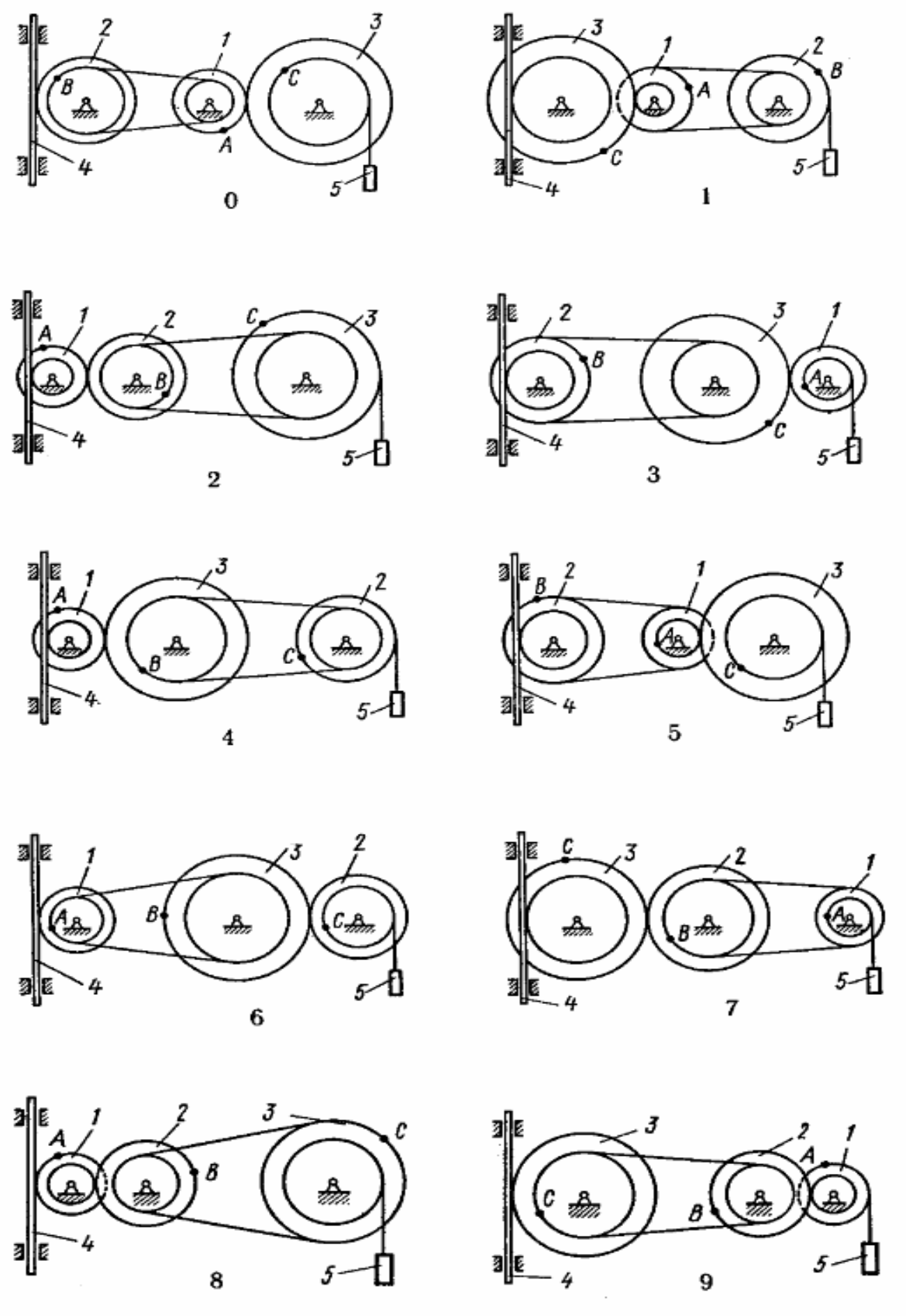


Рисунок 2. Схемы к задаче 2.

Таблица 2. Исходные данные к задаче 2.

№	Первая цифра шифра	Вторая цифра шифра		Третья цифра шифра
	Дано	Найти		Номер схемы
		скорости	ускорения	
0	$s_4 = 4(7t - t^2)$	$v_B,\ v_C$	$\varepsilon_2,\ a_A,\ a_5$	0
1	$v_5 = 2(t^2 - 3)$	$v_A,\ v_C$	$\varepsilon_3,\ a_B,\ a_4$	1
2	$\varphi_1 = 2t^2 - 9$	$v_4,\ \omega_2$	$\varepsilon_2,\ a_C,\ a_5$	2
3	$\omega_2 = 7t - 3t^2$	$v_5,\ \omega_3$	$\varepsilon_2,\ a_A,\ a_4$	3
4	$\varphi_3 = 3t - t^2$	$v_4,\ \omega_1$	$\varepsilon_1,\ a_B,\ a_5$	4
5	$\omega_1 = 5t - 2t^2$	$v_5,\ v_B$	$\varepsilon_2,\ a_C,\ a_4$	5
6	$\dot{\varphi}_2 = 2(t^2 - 3t)$	$v_4,\ \omega_1$	$\varepsilon_1,\ a_C,\ a_5$	6
7	$v_4 = 3t^2 - 8$	$v_A,\ \omega_3$	$\varepsilon_3,\ a_B,\ a_5$	7
8	$s_5 = 2t^2 - 5t$	$v_4,\ \omega_2$	$\varepsilon_1,\ a_C,\ a_4$	8
9	$\omega_3 = 8t - 3t^2$	$v_5,\ v_B$	$\varepsilon_2,\ a_A,\ a_4$	9

Задача 3.

Механическая система состоит из грузов *1* и *2*, ступенчатого шкива *3* с радиусами ступеней $R_3 = 0{,}3$ м, $r_3 = 0{,}1$ м и радиусом инерции относительно оси вращения $\rho_3 = 0{,}2$ м, блока *4* радиуса $R_4 = 0{,}2$ м и катка (или подвижного блока) *5* (рис. 3, табл. 3); тело *5* считать сплошным однородным цилиндром, а массу блока *4* — равномерно распределенной по ободу. Коэффициент трения грузов о плоскость $f = 0{,}1$. Тела системы соединены друг с другом нитями, перекинутыми через блоки и намотанными на шкив *3* (или на шкив и каток); участки нитей параллельны соответствующим плоскостям. К одному из тел прикреплена пружина с коэффициентом жесткости c.

Под действием силы $F = f(s)$, зависящей от перемещения s точки ее приложения, система приходит в движение из состояния покоя; деформация пружины в момент начала движения равна нулю. При движении на шкив *3* действует постоянный момент M сил сопротивления (от трения в подшипниках).

Определить значение искомой величины в тот момент времени, когда перемещение s станет равным $s_1 = 0{,}2$ м. Искомая величина указана в столбце «Найти» таблицы, где обозначено: v_1, v_2, v_{C5} — скорости грузов *1*, *2* и центра масс тела *5* соответственно, ω_3 и ω_4 — угловые скорости тел *3* и *4*.

Все катки, включая и катки, обмотанные нитями (как, например, каток *5* на рис. 2), катятся по плоскостям без скольжения.

На всех рисунках не изображать груз *2*, если $m_2 = 0$; остальные тела должны изображаться и тогда, когда их масса равна нулю.

Указания. Задача 3 — на применение теоремы об изменении кинетической энергии системы. При решении задачи учесть, что кинетическая энергия T системы равна сумме кинетических энергий всех входящих в систему тел; эту энергию нужно выразить через ту скорость (линейную или угловую), которую в задаче надо определить. При вычислении T для установления зависимости между скоростями точек тела, движущегося плоскопараллельно, или между его угловой скоростью и скоростью центра масс воспользоваться мгновенным центром скоростей (кинематика). При вычислении работы надо все перемещения выразить через заданное перемещение s_1, учтя, что зависимость между перемещениями здесь будет такой же, как между соответствующими скоростями.

Таблица 3. Исходные данные к задаче 3.

№	Первая цифра шифра					Вторая цифра шифра			Третья цифра	
	m_1, кг	m_2, кг	m_3, кг	m_4, кг	m_5, кг	c, Н/м	M, Н·м	$F=f(s)$, Н	Найти	Номер схемы
0	0	6	4	0	5	200	1,2	$80(4+5s)$	ω_3	0
1	8	0	0	4	6	320	0,8	$50(8+3s)$	v_1	1
2	0	4	6	0	5	240	1,4	$60(6+5s)$	v_2	2
3	0	6	0	5	4	300	1,8	$80(5+6s)$	ω_4	3
4	5	0	4	0	6	240	1,2	$40(9+4s)$	v_1	4
5	0	5	0	6	4	200	1,6	$50(7+8s)$	v_{C5}	5
6	8	0	5	0	6	280	0,8	$40(8+9s)$	ω_3	6
7	0	4	0	6	5	300	1,5	$60(8+5s)$	v_2	7
8	4	0	0	5	6	320	1,4	$50(9+2s)$	ω_4	8
9	0	5	6	0	4	280	1,6	$80(6+7s)$	v_{C5}	9

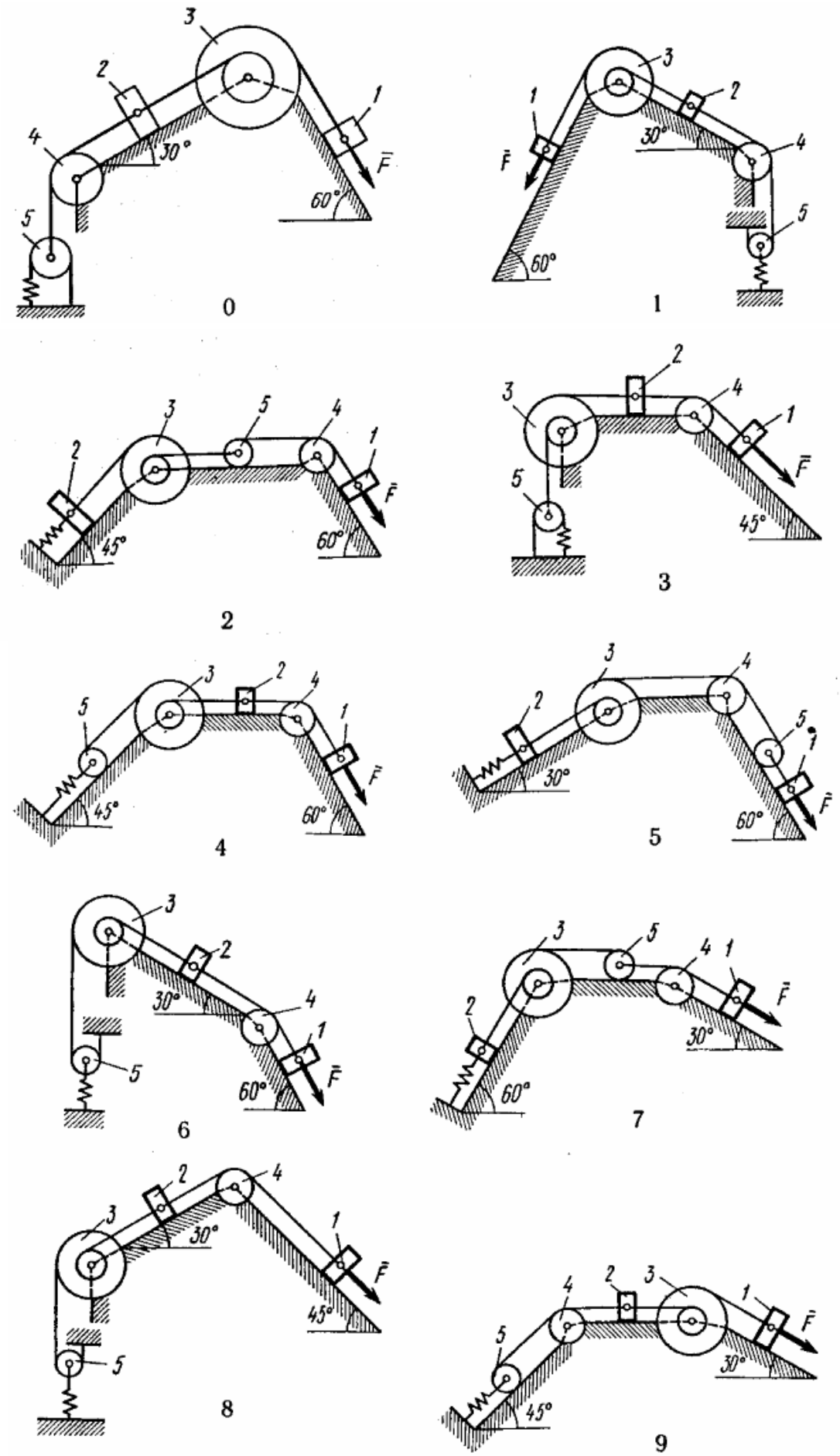


Рисунок 3. Схемы к задаче 3.

Задача 4

К стальному валу приложены три известных момента: M_1, M_2, M_3 (рисунок 4). **Требуется:**

1) Установить при каком значении момента X угол поворота правого концевого сечения вала равен нулю;

2) Для найденного значения X построить эпюру крутящих моментов;

3) При заданном значении [τ] определить диаметр вала из расчета на прочность и округлить его величину до ближайшей большей, соответственно равной: 30, 35, 40, 50, 60, 70, 80, 90, 100 мм;

4) Построить эпюру углов закручивания;

5) Найти наибольший относительный угол закручивания (на 1 метр).

Данные взять из таблицы 4**.**

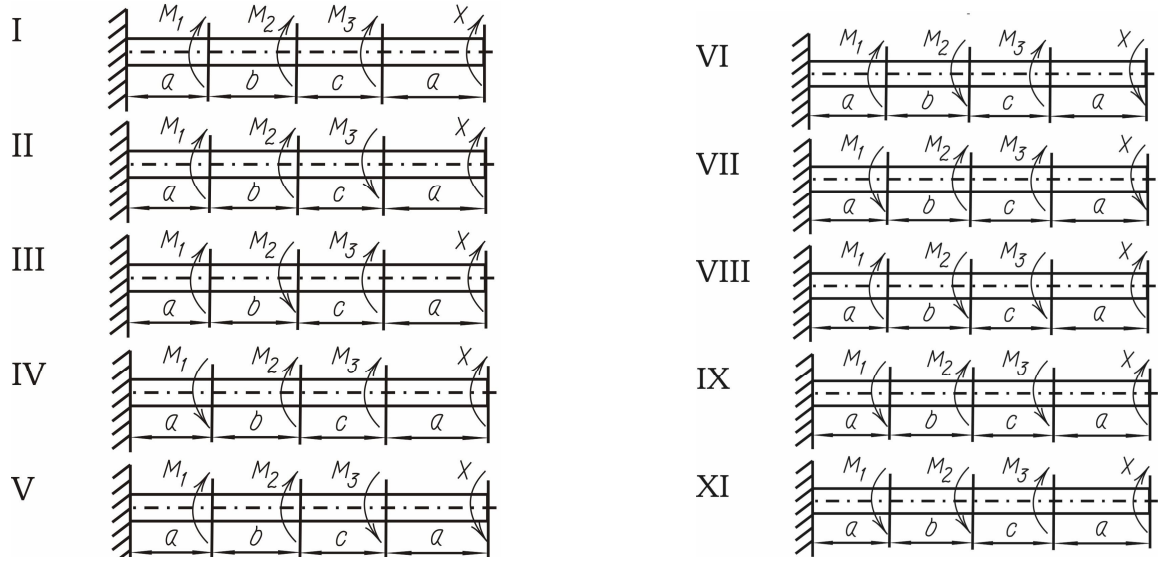


Рисунок 4. Схемы к задаче 4

Таблица 4. Исходные данные к задаче 4.

№	**Первая цифра шифра**			**Вторая цифра шифра**			**Третья цифра шифра**	
	a, м	M_1, кНм	*в*, м	*c*, м	M_2, кНм	τ, МПа	M_3, кНм	Номер схемы
1	1,1	1,1	1,1	1,1	1,1	35	1,1	I
2	1,2	1,2	1,2	1,2	1,2	40	1,2	II
3	1,3	1,3	1,3	1,3	1,3	45	1,3	III
4	1,4	1,4	1,4	1,4	1,4	50	1,4	IV
5	1,5	1,5	1,5	1,5	1,5	55	1,5	V
6	1,6	1,6	1,6	1,6	1,6	60	1,6	VI
7	1,7	1,7	1,7	1,7	1,7	65	1,7	VII
8	1,8	1,8	1,8	1,8	1,8	70	1,8	VIII
9	1,9	1,9	1,9	1,9	1,9	75	1,9	IX
0	2,0	2,0	2,0	2,0	2,0	80	2,0	X

Задача 5

Для заданного поперечного сечения, состоящего из швеллера, двуатвра или равнобокого уголка (рисунок 5)

Требуется:

1) определить положение центра тяжести;
2) найти величины осевых и центробежного моментов инерции относительно осей X_C и $У_C$, проходящих через центр тяжести;
3) определить направление главных центральных осей; U и V;
4) найти величины моментов инерции относительно главных центральных осей;
5) вычертить сечение в масштабе 1:2 и указать на нем все размеры в числах и все оси.

Данные взять из таблицы 5.

Примечание: при расчете все необходимые данные следует брать из таблиц сортамента стального проката, разбивая сложное сечение на прокатные профили (ни в коем случае не заменять части пофилей прямоугольниками).

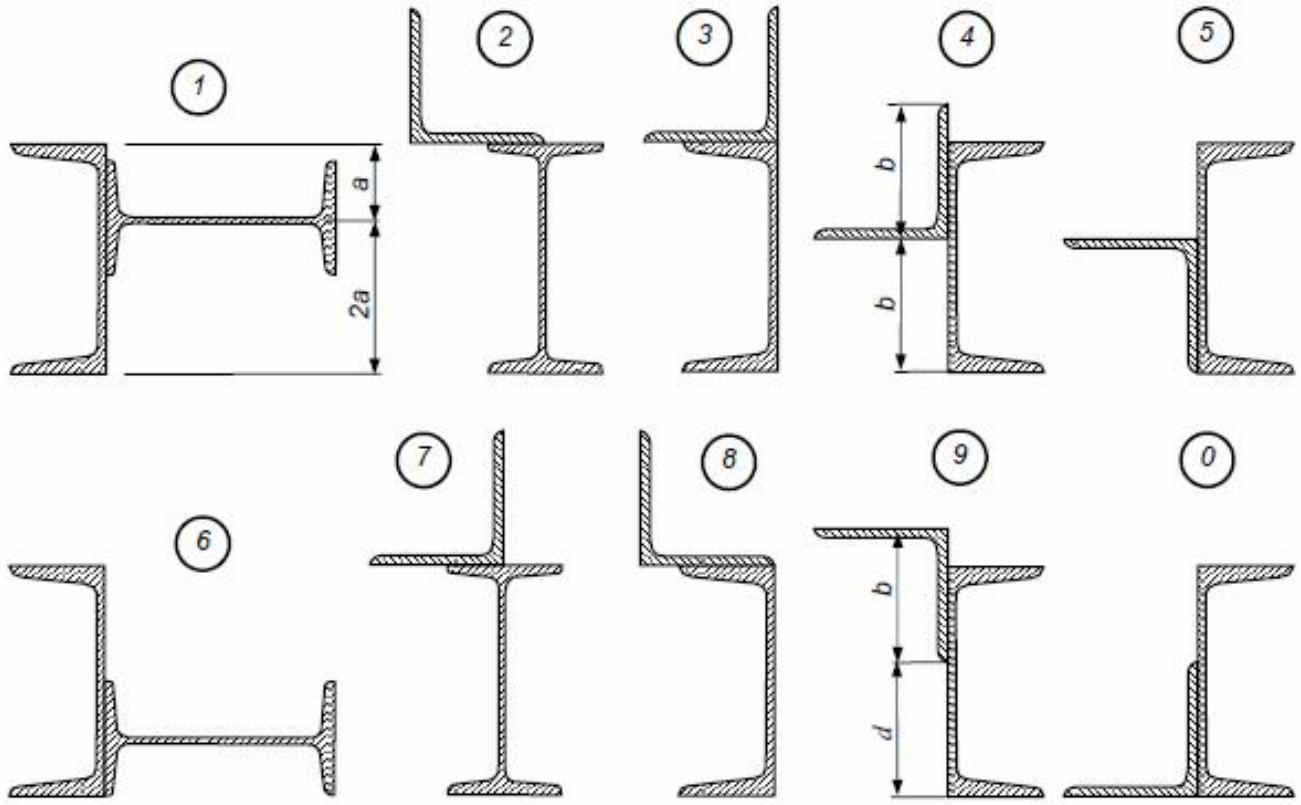


Рисунок 5. Схемы к задаче 5.

Таблица 5

Первая цифра шифра	Швеллер	Вторая цифра шифра	Равнобокий уголок	Третья цифра шифра	Двутавр	Тип сечения
1	14	1	80×80×8	1	24	1
2	16	2	80×80×6	2	20а	2
3	18	3	90×90×8	3	18	3
4	20	4	90×90×7	4	16	4
5	22	5	90×90×6	5	14	5
6	24	6	100×100×8	6	24а	6
7	27	7	100×100×10	7	22	7
8	30	8	100×100×12	8	20	8
9	33	9	125×125×10	9	22а	9
0	36	0	125×125×12	0	12	0

ЗАДАЧА 6

Стальной стержень (рис. 6) находится под действием продольных сил. Модуль упругости стали $E = 2 \cdot 10^5$ МПа. Расчетное сопротивление стали при растяжении и сжатии $R_c = R_t = 160$ МПа. Для заданного статически определимого ступенчатого стержня требуется:

1) построить эпюру продольных сил;
2) из условия прочности подобрать площади поперечных сечений стержня;
3) построить эпюру нормальных напряжений в поперечных сечениях стержня;
4) построить эпюру перемещений.

Исходные данные для решения задачи взять из таблицы 6.

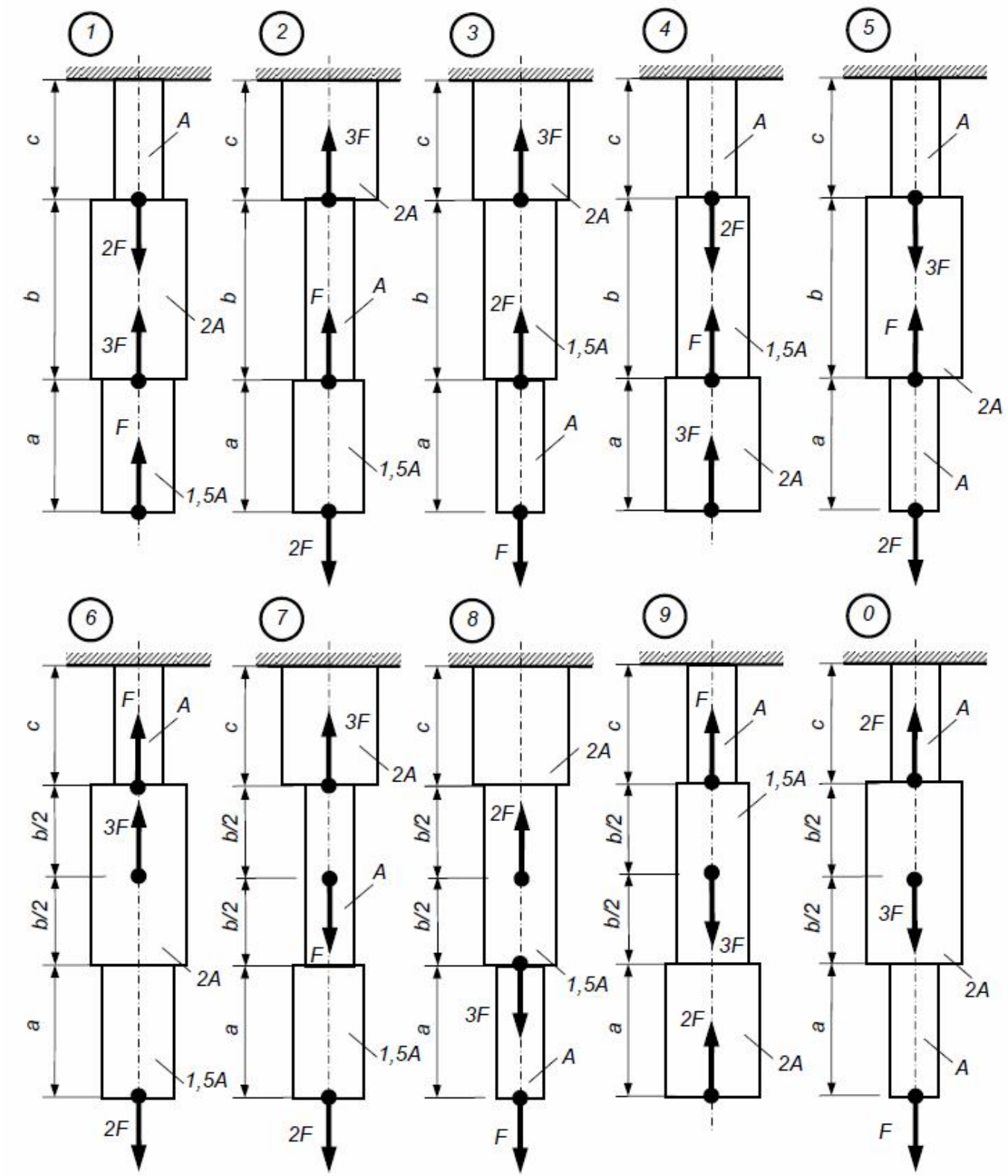


Рисунок 6. Расчетные схемы к задаче 6.

Таблица 6. Исходные данные к задаче 6

Первая цифра шифра	a (м)	Вторая цифра шифра	b (м)	F (кН)	Третья цифра шифра	c (м)	Схема
1	2,1	1	2,1	80	1	1,1	1
2	2,2	2	2,2	90	2	1,2	2
3	2,3	3	2,3	100	3	1,3	3
4	2,4	4	2,4	110	4	1,4	4
5	2,5	5	2,5	120	5	1,5	5
6	2,6	6	2,6	130	6	1,6	6
7	2,7	7	2,7	140	7	1,7	7
8	2,8	8	2,8	70	8	1,8	8
9	2,9	9	2,9	60	9	1,9	9
0	3,0	0	3,0	50	0	2,0	0

Задача № 7

Абсолютно жесткий брус опирается на шарнирно неподвижную опору и прикреплен к двум стержням с помощью шарниров. Требуется: 1) найти усилия и напряжения в стержнях, выразив их через силу Q; 2) найти допускаемую нагрузку $Q_{доп}$, приравняв большее из напряжений в двух стержнях допускаемому напряжению $[\sigma]$ = 160 МПа; 3) найти предельную грузоподъемность системы Q_n и допускаемую нагрузку $Q_{доп}$, если предел текучести $\sigma_т$ = 240 МПа и запас прочности k = 1,5; 4) сравнить величины $Q_{доп}$, полученные при расчете по допускаемым напряжениям (см. п. 2) и допускаемым нагрузкам (см. п. 3).

Таблица 7. Исходные данные к задаче 7.

Первая цифра шифра	a (м)	Вторая цифра шифра	b (м)	F (кН)	Третья цифра шифра	c (м)	A (см^2)	Схема
1	2,1	1	2,1	80	1	1,1	11	1
2	2,2	2	2,2	90	2	1,2	12	2
3	2,3	3	2,3	100	3	1,3	13	3
4	2,4	4	2,4	110	4	1,4	14	4
5	2,5	5	2,5	120	5	1,5	15	5
6	2,6	6	2,6	130	6	1,6	16	6
7	2,7	7	2,7	140	7	1,7	17	7
8	2,8	8	2,8	70	8	1,8	18	8
9	2,9	9	2,9	60	9	1,9	19	9
0	3,0	0	3,0	50	0	2,0	20	0

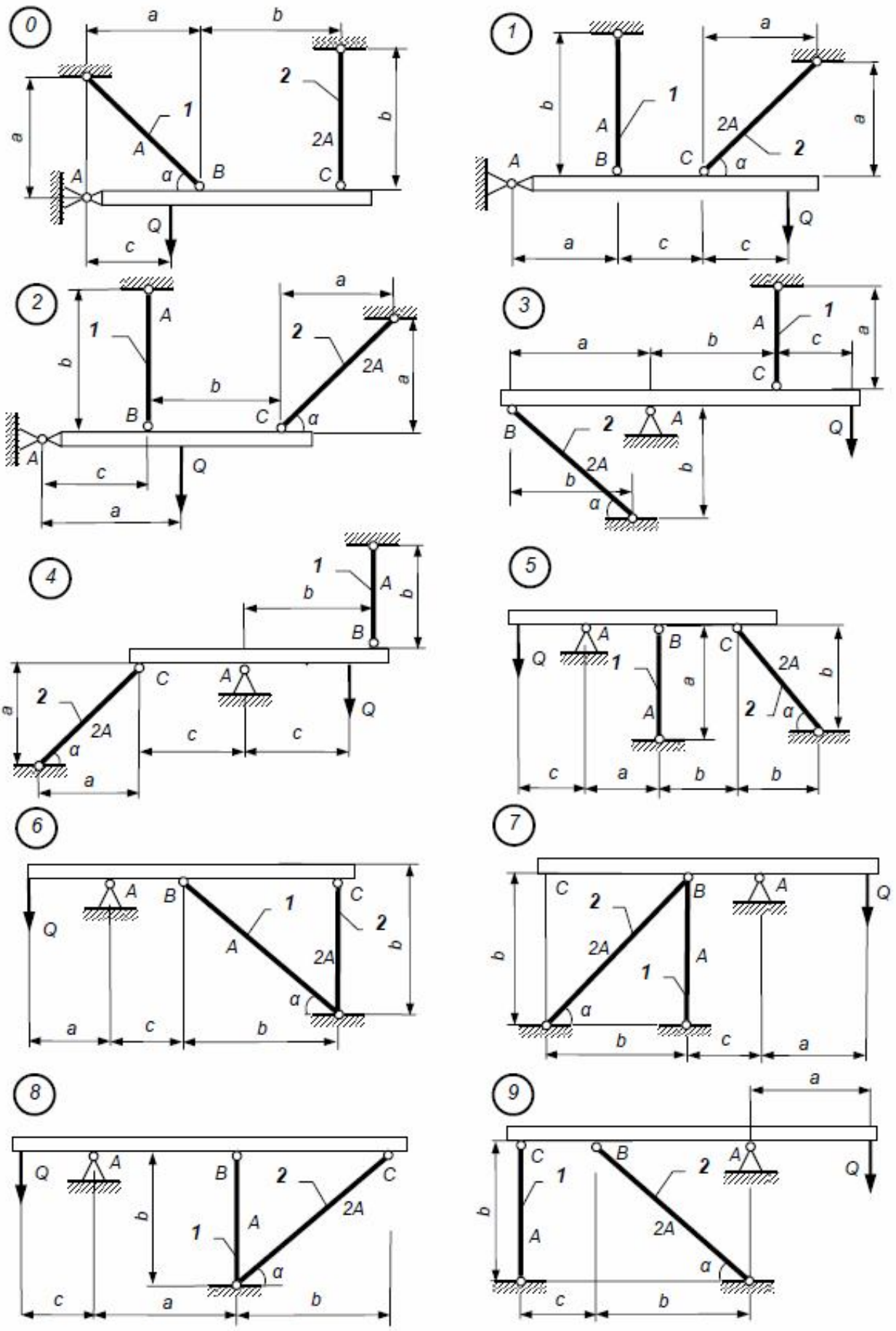


Рисунок 7. Расчетные схемы к задаче 7.

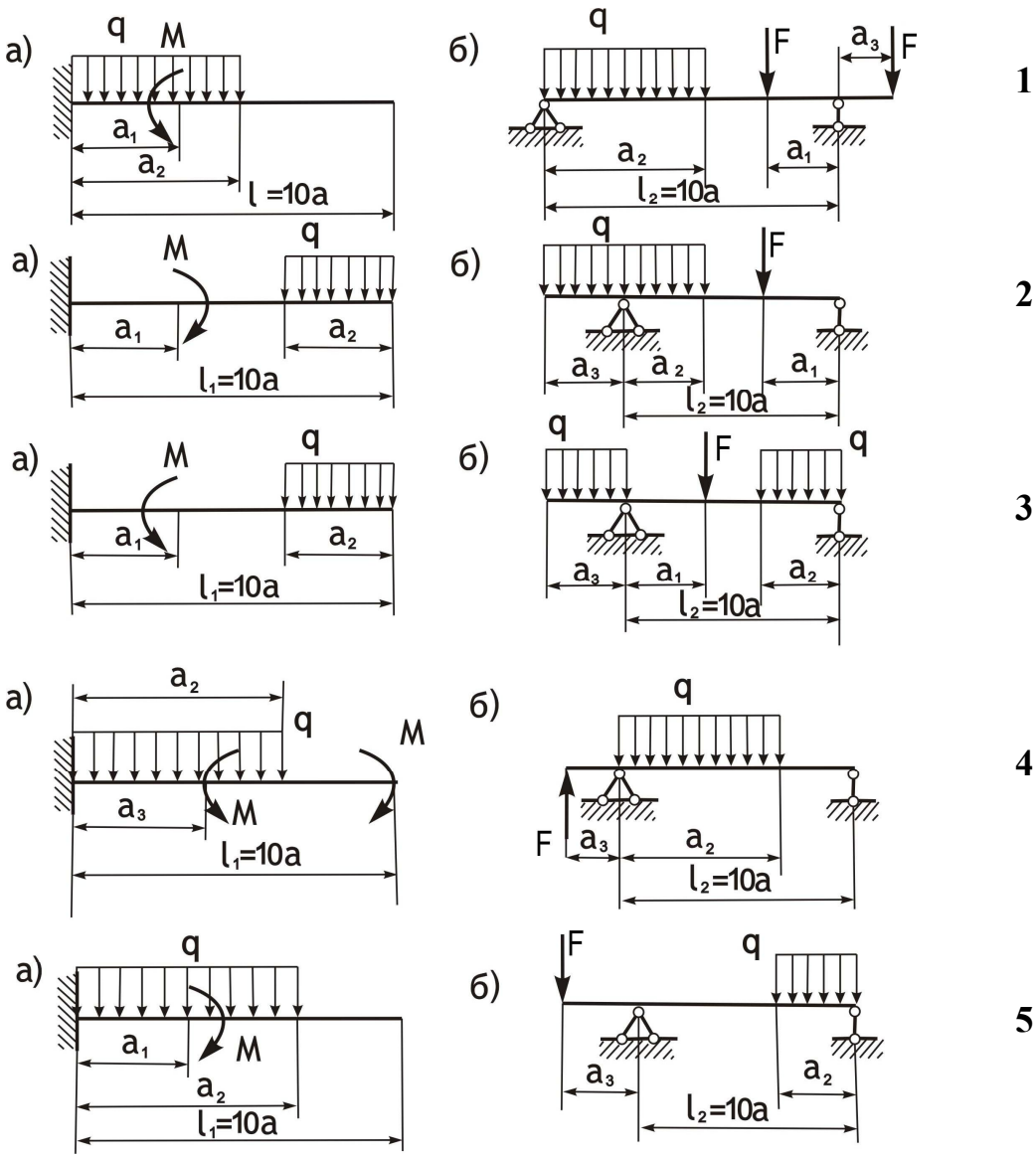
Задача – 8

Для балки, изображенной на рис. *а*, требуется:

1) построить эпюры поперечных сил Q_Y и изгибающих моментов M_x, найти M_X^{max};
2) подобрать прямоугольное *(h : b* = 2), кольцевое ($d_{внутр}$:$d_{внешн}$ = 0,8) и двутавровое поперечное сечение при [σ] = 160 МПа ;
3) выбрать наиболее рациональное сечение по расходу материала.

Для деревянной балки круглого поперечного сечения (рис. *б*) требуется:

1) построить эпюры Q_y и M_x , найти M_x^{max};
2) подобрать диаметр сечения при [σ]= 8 МПа;
3) построить эпюру прогибов при $E = 1{,}2 \cdot 10^4$ МПа.



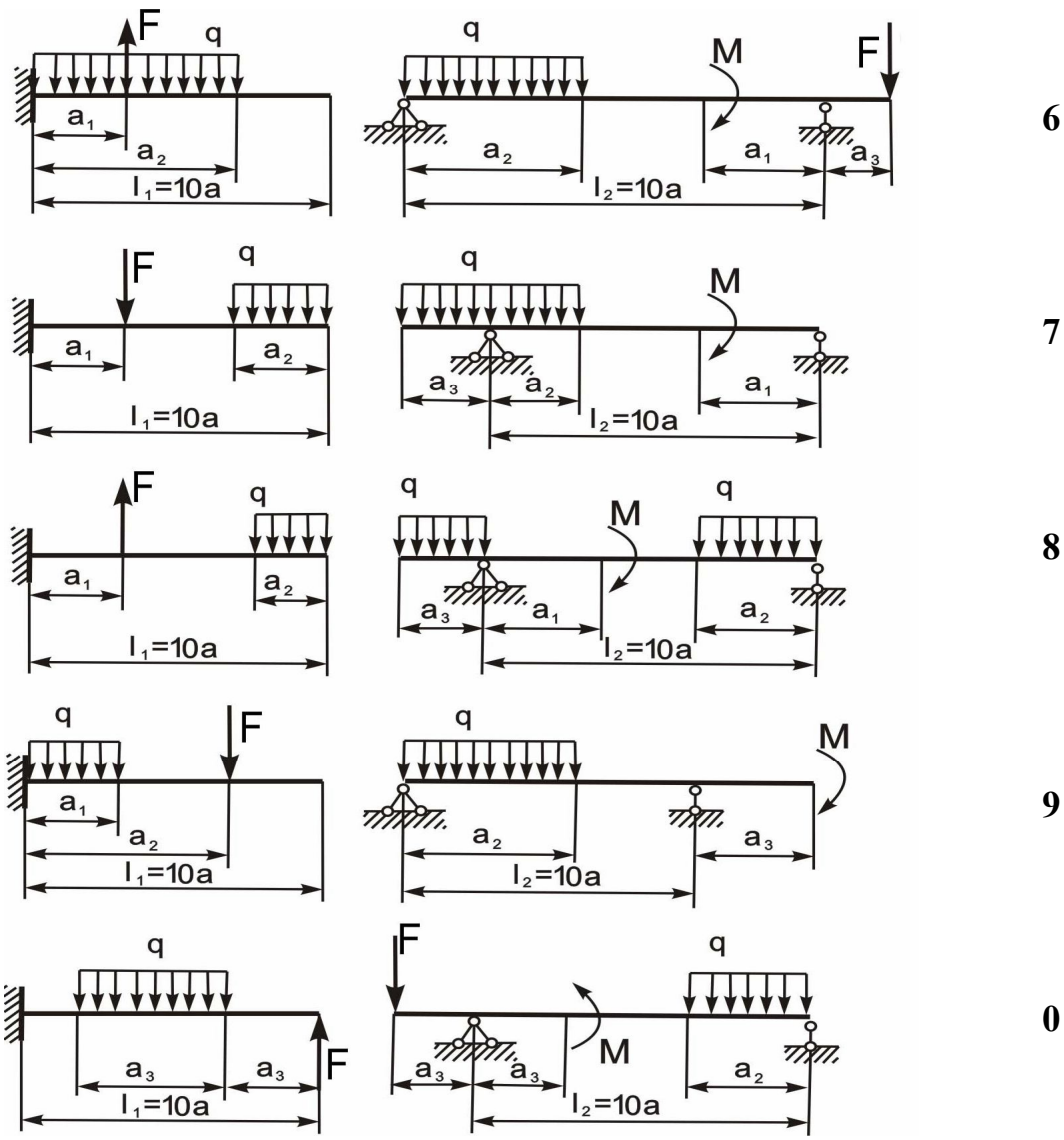


Рисунок 8. Схемы к задаче 8

Таблица 8. Исходные данные к задаче 8

Первая цифра шифра	$\frac{a_1}{a}$	M (кНм)	Вторая цифра шифра	$\frac{a_2}{a}$	l_1 (м)	F (кН)	Третья цифра шифра	$\frac{a_3}{a}$	l_2 (м)	q (кН/м)	Схема
1	1	10	1	9	1,1	10	1	1	6	10	1
2	2	20	2	8	1,2	20	2	2	7	20	2
3	3	3	3	7	1,3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	6	1,4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	1,5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	1,6	6	6	1	6	6	6
7	7	7	7	7	1,7	7	7	2	7	7	7
8	8	8	8	8	1,8	8	8	3	8	8	8
9	9	9	9	9	1,9	9	9	4	9	9	9
0	10	10	0	10	2,0	10	0	5	10	10	0

Задача 9

Чугунный короткий стержень, поперечное сечение которого изображено на рисунке 9, сжимается продольной силой ***F***, приложенной к точке А.

Требуется:

1) вычислить наибольшие растягивающие и сжимающие напряжения в поперечном сечении, выразив их через ***F*** и размеры сечения;

2) найти допускаемую нагрузку ***F*** при заданных размерах сечения и допускаемых напряжениях для чугуна на сжатие $[\sigma]_c$ и растяжение $[\sigma]_p$.

Данные взять из таблицы 9.

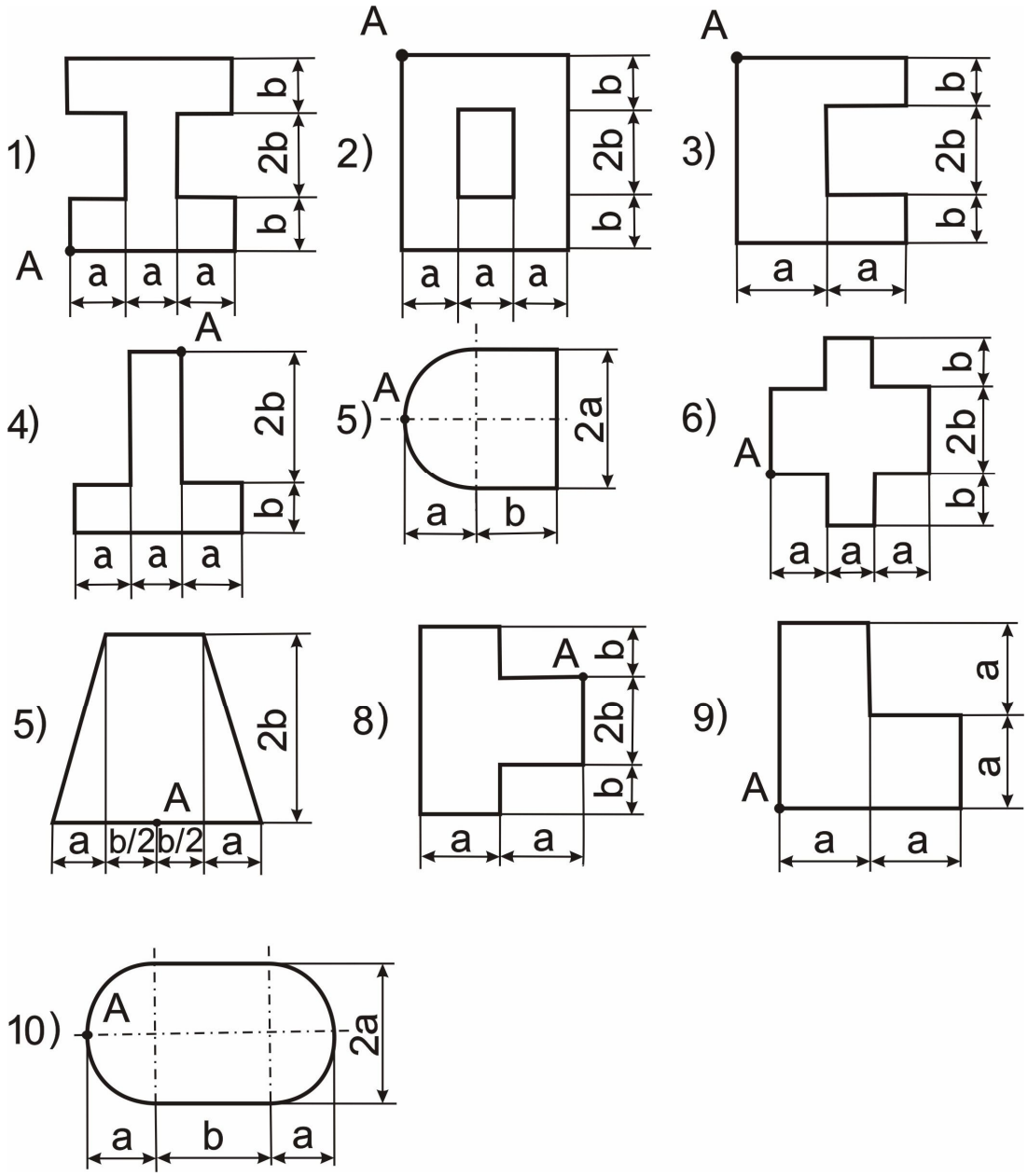


Рисунок 9. Расчетные схемы к задаче 9.

Таблица 9. Исходные данные к задаче 9

№	Первая цифра шифра		Вторая цифра шифра		Третья
	a	*b*	$[\sigma]_c$	$[\sigma]_p$	Номер схемы
	см		*МПа*		
1	5	5	150	35	1
2	4	4	140	30	2
3	3	3	130	28	3
4	2	2	120	26	4
5	3	3	110	24	5
6	4	4	120	27	6
7	3	3	110	25	7
8	2	2	100	24	8
9	5	5	130	28	9
0	6	6	140	30	10

Задача 10.

Стальной стержень длиной l сжимается силой F. Требуется: 1) найти размеры поперечного сечения при допускаемом напряжении на простое сжатие $[\sigma]$ = 160 МПа, 2) найти значение критической силы и коэффициент запаса устойчивости. Исходные данные для решения задачи взять из таблицы 10.

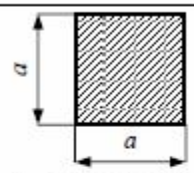
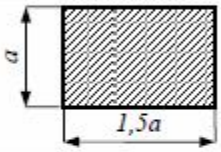
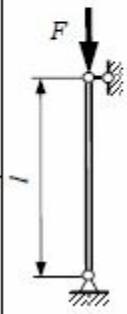
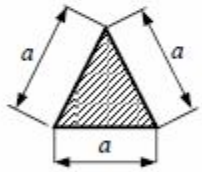
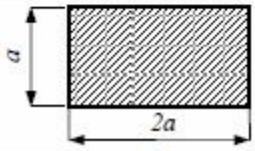
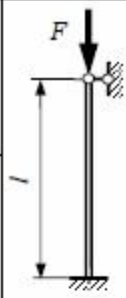
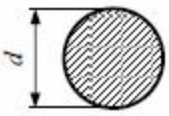
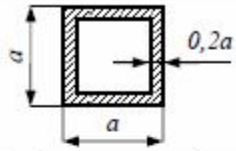
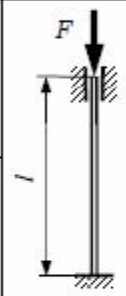
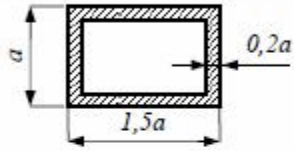
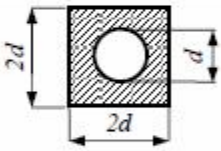
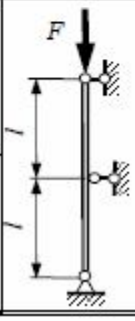
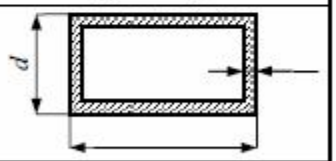
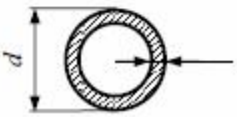
Задача 11

Шкив с диаметром D_1 и с углом наклона ветвей ремня к горизонту α_1 вращается с угловой скоростью ω и передает мощность N кВт (рисунок 11, таблица 11). У двух других шкивов одинаковый диаметр D_2 и одинаковые углы наклона ветвей ремня к горизонту α_2, и каждый из них передает мощность $N/2$.

Требуется:

1) определить моменты, приложенные к шкивам, по заданным N и ω;
2) построить эпюру крутящих моментов $M_к$;
3) определить окружные усилия t_1 и t_2, действующие на шкивы, по найденным моментам и диаметрам шкивов D_1 и D_2;
4) определить давление на вал, приняв их равными трем окружным усилиям;
5) определить силы, изгибающие вал в горизонтальной и вертикальной плоскостях (без учета силы тяжести шкивов и вала);
6) построить эпюры изгибающих моментов от горизонтальных сил $M_Г$ и вертикальных сил $M_В$;
7) построить эпюру суммарных изгибающих моментов, использовав формулу $M_z = \sqrt{M_Г^2 + M_В^2}$;
8) найти опасное сечение и определить величину максимального расчетного момента (по третьей теории прочности);
9) подобрать диаметр вала d при $[\sigma]$ = 70МПа и округлить его до ближайшего большего по ГОСТ.

Таблица 10. Исходные данные к задаче 10

Первая цифра шифра	F (кН)	Вторая цифра шифра	l (м)	Схема стойки	Третья цифра шифра	Форма поперечного сечения стойки
1	100	1	2,1		1	
2	200	2	2,2		2	
3	300	3	2,3		3	
4	400	4	2,4		4	
5	500	5	2,5		5	
6	600	6	2,6		6	
7	700	7	2,7		7	
8	800	8	2,8		8	
9	900	9	2,9		9	
0	1000	0	3,0		0	

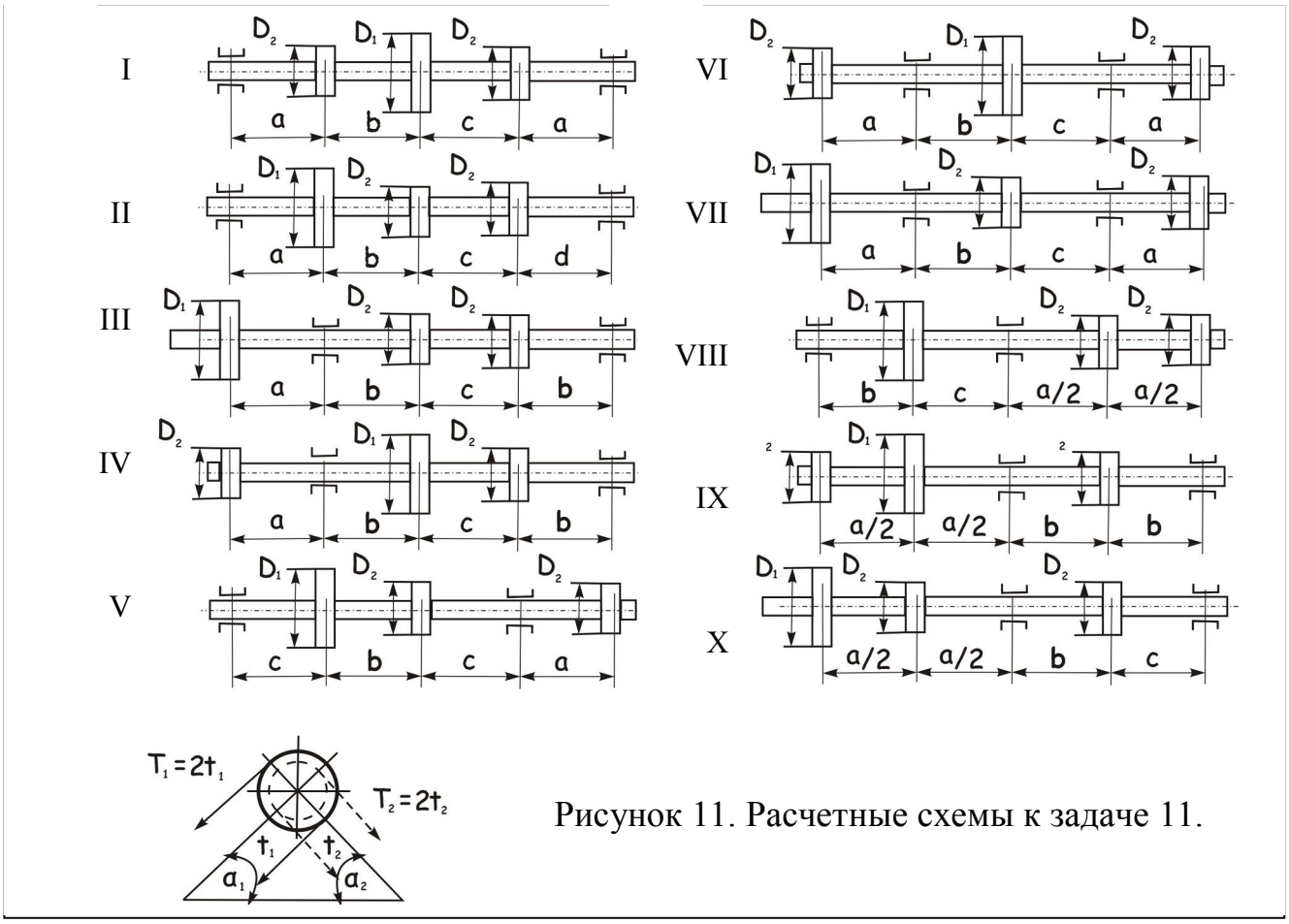


Рисунок 11. Расчетные схемы к задаче 11.

Таблица 11. Исходные данные к задаче 11.

№	Первая цифра шифра			Вторая цифра шифра				Третья цифра шифра		
	N кВт	*ω* рад/с	*a*	*b*	*c*	D_1	D_2	α_1	α_2	Номер схемы
			м							
1	50	30	0,5	1,1	1,1	1,1	0,6	10	10	I
2	40	28	0,6	1,2	1,2	1,2	0,7	20	20	II
3	30	26	0,7	1,3	1,3	1,3	0,8	30	30	III
4	20	25	0,8	1,4	1,4	1,4	0,9	40	40	IV
5	60	35	0,9	1,5	1,5	1,5	1,0	50	50	V
6	50	34	1,0	1,6	1,6	0,6	1,1	60	60	VI
7	40	32	1,1	1,7	1,7	0,7	1,2	70	70	VII
8	30	30	1,2	1,8	1,8	0,8	1,3	80	80	VIII
9	20	28	1,3	1,9	1,9	0,9	1,4	90	90	IX
0	10	25	1,4	1,0	1,0	1,0	1,5	0	0	X

Задача 12 Определить основные размеры шестерни и колеса прямозубой передачи цилиндрического редуктора привода автоматической линии (рис. 12) и проверить прочность передачи на выносливость по контактным напряжениям, если известно: мощность на ведущем валу редуктора N_1 при угловой скорости ω_1 и угловая скорость ведомого вала ω_2. Редуктор предназначен для длительной работы. Передача — нереверсивная, нагрузка — близкая к постоянной. Данные своего варианта принять по табл.12 .

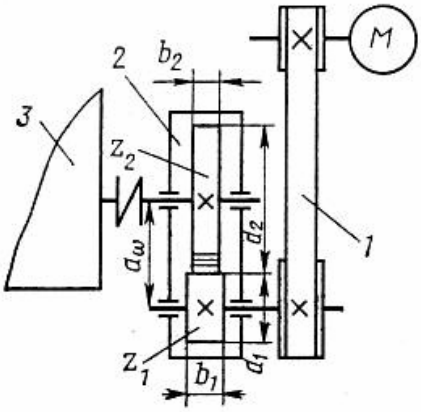


Рисунок 12

1 — плоскоременная передача; *2* — редуктор; *3* — автоматическая линия

Таблица 12

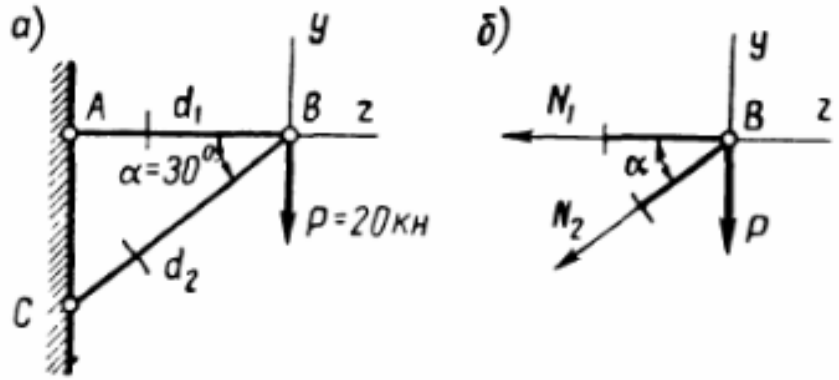
	Данные для расчета	Варианты									
		0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
первая цифра шифра	N_1, кВт . . .	7,0	7,5	5,5	5,2	4,6	4,2	4,0	4,8	3,0	5,5
вторая цифра шифра	ω_1, рад/с . .	110	100	96	92	95	80	72	90	86	112
	ω_2, рад/с . .	30	22	27	31	29	72	24	25	21	29
третья цифра шифра	Марка стали:										
	шестерни .	45	40Х	40Х	40ХН	45	35Х	40ХН	35Х	45	30ХГС
	колеса . .	45	40Х	35Х	40ХН	45	35Х	40ХН	50Г	40	30ХГС

Примечание. Материал шестерни улучшен, колеса — нормализован.

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ И ПРИМЕРЫ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ КОНТРОЛЬНОЙ РАБОТЫ

ЗАДАЧА 1

Кронштейн ABC состоит из двух стальных стержней круглого сечения диаметром $d_1=20$ *мм*, $d_2=25$ *мм*. Крепления стержней шарнирные. Определить напряжения в стержнях.



Решение. Шарниры считаем идеальными, т. е. такими, трение в которых отсутствует. Как известно из статики твердого тела, реакции в шарнирах будут направлены вдоль осей стержней. Следовательно, в поперечных сечениях стержней возникают только продольные силы. Вырежем узел B и в местах разреза стержней приложим

продольные силы N_1 и N_2, предполагая их растягивающими (рис. 13, *б*).

Составим уравнения равновесия для отсеченной части системы:

$$\Sigma Z = -N_1 - N_2 \cos\alpha = 0, \qquad (1)$$

$$\Sigma Y = -N_2 \sin\alpha - P = 0. \qquad (2)$$

Из уравнения (2)

$$N_2 = -\frac{P}{\sin\alpha} = -\frac{20}{0,5} = -40 \text{ кн}.$$

Знак «минус» показывает, что стержень работает на сжатие.

Из уравнения (1) имеем

$$-N_1 - N_2 \cos 30° = 0;$$

$$N_1 = -N_2 \cos 30° = 40\,\frac{\sqrt{3}}{2} = 34,6 \text{ кн (растяжение)}.$$

Зная диаметры стержней, вычислим площади их поперечных сечений:

$$F_{AB} = \frac{\pi d_1^2}{4} = \frac{3,14 \cdot 20^2}{4} = 314 \text{ мм}^2;$$

$$F_{BC} = \frac{\pi d_2^2}{4} = \frac{3,14 \cdot 25^2}{4} = 491 \text{ мм}^2.$$

Стержень AB работает на растяжение. Нормальное напряжение

$$\sigma_1 = \frac{N_1}{F_{AB}} = \frac{34,6 \cdot 10^3}{314} = 110 \text{ н/мм}^2.$$

Стержень BC работает на сжатие. Нормальное напряжение

$$\sigma_2 = \frac{N_2}{F_{BC}} = \frac{-40 \cdot 10^3}{491} = -81,5 \text{ н/мм}^2.$$

ЗАДАЧА 2

По заданному уравнению прямолинейного поступательного движения $X = f(t)$ груза 1 определить скорость, а также нормальное, касательное и полное ускорение точки М механизма в момент времени, когда путь, пройденный грузом, равен *s*.

Радиусы шкивов, см			Закон движения груза: $X = f(t)$, см	*s*, м
R_2	r_2	R_3		
100	60	75	$18 + 70t^2$	0,2

Решение.

Изображаем в масштабе схему механизма (рис.13)

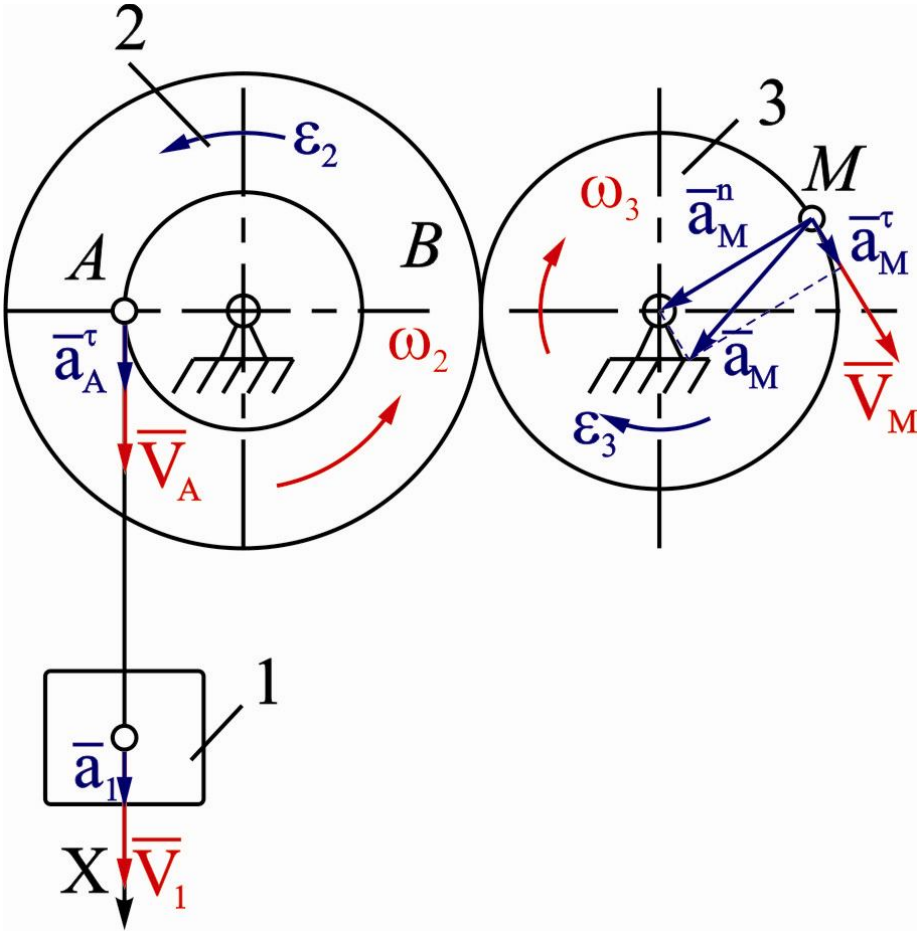


Рисунок 13.

Определим время t, за которое груз опустится на высоту *h*

$$18 + 70t^2 = 200$$

$$t = \sqrt{\frac{200 - 18}{70}} = \sqrt{2{,}6} = 1{,}61\ \text{с}$$

Определим скорость груза 1

$$V_1 = \frac{dx}{dt} = \frac{d}{dt}(18 + 70t^2) = 140t$$

Скорость точки *A*

$$V_A = V_1 = 140t$$

Угловая скорость блока 2

$$\omega_2 = \frac{V_A}{r_2} = \frac{140t}{60} = 2{,}333t, \qquad рад/с$$

Угловые скорости двух сцепленных колес, обратно пропорциональны их радиусам

$$\frac{\omega_3}{\omega_2} = \frac{R_2}{R_3}$$

Угловая скорость колеса 3

$$\omega_3 = \frac{\omega_2 \cdot R_2}{R_3} = \frac{140t}{60} \cdot \frac{100}{75} = 3{,}111t, рад/с$$

Угловое ускорение колеса 3

$$\varepsilon_3 = \frac{d\omega_3}{dt} = \frac{d}{dt}\left(\frac{40}{3}t\right) = 3{,}111, рад/с^2$$

Скорость точки *M*

$$V_M = \omega_3 \cdot R_3 = 3{,}111t \cdot 75 = 233{,}33t\ см/с$$

Для момента времени $t = 1{,}61$ с

$$V_M = 233{,}33 \cdot 1{,}61 = 376{,}24\ см/с$$

Нормальное ускорение точки *M*

$$a_M^n = \omega_3^2 \cdot R_3 = (3{,}111t)^2 \cdot 75 = 725{,}93t^2, см/с^2$$

Для момента времени $t = 3{,}16$ с

$$a_M^n = 725{,}93 \cdot 1{,}61^2 = 1881{,}67\ см/с^2$$

Тангенциальное ускорение точки *M*

$$a_M^\tau = \frac{dV_M}{dt} = \frac{d}{dt}(140t) = 140 \ см/с^2$$

Полное ускорение точки *M*

$$a_M = \sqrt{a_M^{n\,2} + a_M^{\tau\,2}} = \sqrt{1881^{\,2} + 140^2} = 1886{,}2 \, см/с^2$$

Полученные скорости и ускорения изображаем на рис 13.

ЗАДАЧА 3

Механическая система состоит из груза 1 массой m_1, ступенчатого шкива 2 массой m_2 с радиусами R_2, r_2 и радиусом инерции ρ_2, шкива 3 с радиусом R_3 и распределенной по ободу массой m_3, и сплошного катка 4 массой m_4. Тела соединены нитью. К одному из тел присоединена пружина с жесткостью С. При движении на шкив 2 действует момент сопротивления M_C, на тело 1 – сила трения $\overline{F}_{тр}$. Коэффициент трения f=0,1.

Система из состояния покоя приходит в движения под действием силы $F = f(t)$, приложенной к грузу 1.

Методические указания

Рассматриваемая задача на определение кинематических характеристик механической системы при действии на нее системы внешних сил и заданном перемещении их системы. Для решения задачи целесообразно применить одну из общих теорем динамики – теорему об изменении кинетической энергии механической системы.

$$T - T_0 = \Sigma A\left(\overline{F}_к^e\right)$$

где: T_0, T – кинетическая энергия системы в начальном и конечном состоянии,

$\Sigma A\left(\overline{F}_к^e\right)$ - *сумма работ внешних сил*

Последовательность решения задачи

1. Изобразить схему механической системы, показать действующие на нее внешние силы и направление скоростей тел.
2. Записать математическое выражение теоремы об изменении кинетической энергии механической системы.
3. Вычислить кинетическую энергию системы в начальном и конечном состояниях.
4. Вычислить сумму работ внешних сил при перемещении системы.

5. Подставить найденные значения кинетической энергии и работы сил в исходное выражение. Вычислить значение искомой кинематической характеристики.

№ услов.	m_1, кг	m_2, кг	m_3, кг	m_4, кг	C, Н/м	M_C, Нм	F=f (S), Н	Найти
d9	5	4	3	4	280	1,6	80(6+7S)	Vc4

R_2=0,3 м, r_2=0,1 м, ρ_2=0,2 м, R_3=0,2 м, S_1 =0,1 м

Краткие сведения

Кинетическая энергия системы равна сумме кинетических энергий всех ее частей $T=\Sigma T_K$

где: T_K – кинетическая энергия К-той части системы

Кинетическая энергия твердых тел определяется по формулам:

$T = \frac{1}{2} mV^2$ - при поступательном движении тела,

$T = \frac{1}{2} I\omega^2$ - при вращательном движении тела,

I – момент инерции тела относительно оси вращения,

$T = \frac{1}{2} mV_C^2 + \frac{1}{2} I_C \omega^2$ - при плоскопараллельном движении тела, где:

V_C – скорость центра масс тела,

I_C – момент инерции тела относительно центра С.

Работа силы вычисляется по формулам:

$A(\overline{F}) = \int_0^s F ds$, при $\overline{F} = Var$;

$A(\overline{F}) = F * S * \cos\alpha$, при $\overline{F} = const$,

где α - угол между направлением вектора силы $\overline{F}$ и направлением перемещения точки приложения силы.

При решении задачи:

- ✓ линейные и угловые скорости, входящие в формулы кинетической энергии, выразите через искомую скорость;
- ✓ перемещения тел выразите через заданное условием задачи перемещение.

Пример решения задачи

Механическая система (см. рис. 14) состоит из сплошного катка 1 массой m_1, ступенчатого шкива 2 массой m_2 с радиусами R_2, r_2 и радиусом инерции ρ_2, груза 3 массой m_3 и блоков 4,5. К блоку 5 присоединена пружина с коэффициентом жесткости С. Система приходит в движении под действием силы $\overline{F}$, приложенной к катку 1. При этом кроме сил тяжести и упругости пружины действуют сила трения груза 3 $\overline{F}_{тр}$ (коэффициент трения f) и момент сопротивления вращению шкива 2 – M_C.

Определить скорость центра (C_1) катка при перемещении его на расстояние S_1.

Дано: m_1=1 кг, m_2=3 кг, m_3=4 кг, R_2=0,4 м,

r_2=0,2 м, ρ_2=0,3 м, M_C=1,2 Нм, f=0,1.

S=0,1 м, C=100 Н/м, F=50 (4+5S) Н

Определить: V_{C1}

Решение:

1. Изобразим схему механической системы и покажем все действующие на нее внешние силы (рис. 14)

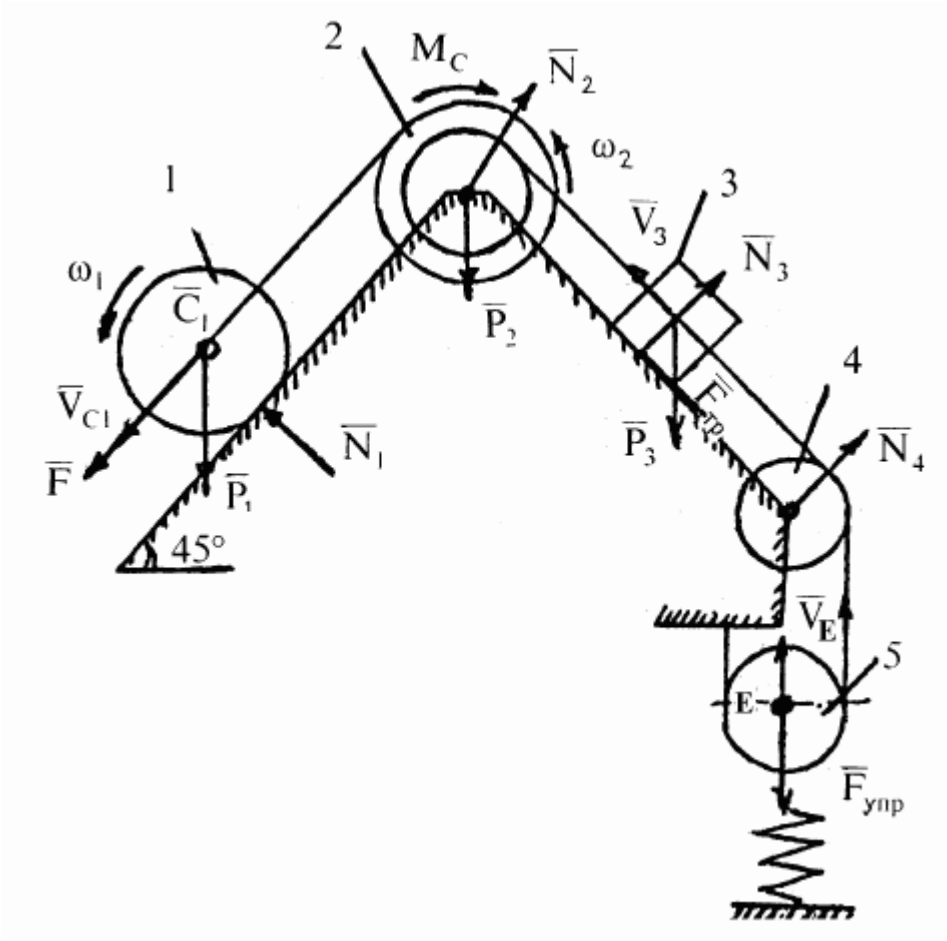


Рисунок 14

$\overline{F}$ – активная сила, $\overline{F}_{тр}$ - сила трения,

$\overline{F}_{упр}$ - сила упругости пружины, $\overline{N}_1, \overline{N}_2, \overline{N}_3, \overline{N}_4$ - реакции,

$\overline{P}_1, \overline{P}_2, \overline{P}_3$ - силы тяжести тел, M_C – момент сопротивления

2. Для решения задачи применим теорему об изменении кинетической энергии системы:

$$T - T_0 = \sum A\left(\overline{F}_K\right) \qquad (1)$$

3. Определим кинетическую энергию системы

Покажем на схеме линейные и угловые скорости тел:

$\overline{V}_{C1}, \omega_1, \omega_2, \overline{V}_3, \overline{V}_E$

T_0=0, т.к. в начальный момент система находилась в покое:

$T=T_1+T_2+T_3$,

где T_1, T_2, T_3 – кинетическая энергия тел 1,2,3 соответственно.

Тело 1 движется плоскопараллельно:

$T_1 = \frac{1}{2} m_1 V_{C1}^2 + \frac{1}{2} I_1 \omega_1^2$, где $I_1 = \frac{1}{2} m_1 R_1^2$

Тело 2 имеет вращательное движение:

$T_2 = \frac{1}{2} I_2 \omega_2^2$, где $I_2 = m_2 \rho_2^2$

Тело 3 движется поступательно:

$$T_3 = \frac{1}{2} m_3 V_3^2$$

Выразим скорости тел через искомую V_{C1}:

$$\omega_1 = \frac{V_{C1}}{R_1}; \omega_2 = \frac{V_{C1}}{R_2}; V_3 = \omega_2 r_2 = \frac{r_2}{R_2} V_{C1}$$

$$V_E = \frac{1}{2} V_3 = \frac{1}{2} \frac{r_2}{R_2} V_{C1}$$

С учетом найденных соотношений:

$$T = \frac{1}{2} m V_{C1}^2 + \frac{1}{2}\frac{1}{2} m_1 R_1^2 \frac{1}{R_1^2} V_{c1}^2 + \frac{1}{2} m_2 \rho_2^2 \frac{1}{R_2^2} V_{C1}^2 + \frac{1}{2} m_3 \frac{r_2}{R_2} V_{C1}^2 =$$

$$=\left(\frac{3}{4}m_1+\frac{1}{2}m_2\frac{\rho_2^2}{R_2^2}+\frac{1}{2}m_3\frac{r_2^2}{R_2^2}\right)V_{C1}^2=\left(\frac{3}{4}*1+\frac{1}{2}*3\frac{0{,}3^2}{0{,}4^2}+\frac{1}{2}*4\frac{0{,}2^2}{0{,}4^2}\right)V_{C1}^2=2{,}1V_{C1}^2$$

4. Вычислим работу внешних сил (силы показаны на схеме). Предварительно выразим перемещения тел через заданное S_1. Учтем, что соотношения между перемещениями тел такие же, как между соответствующими скоростями.

$$\varphi_1=\frac{1}{R}S_1;\varphi_2=\frac{1}{R_2}S_1;S_3=\frac{r_2}{R_2}S_1;S_E=\frac{1}{2}\frac{r_2}{R_2}S_1$$

$$A(\overline{F})=\int_0^{S_1}Fds=\int_0^{S_1}50(4+5S)ds=\left(200S+125S^2\right)\Big|_0^{S_1}=$$

$$200*0{,}1+125*0{,}1^2=21{,}25\text{ Дж}$$

$$A(\overline{P}_1)=P_1S_1\sin 45°=m_1gS_1\sin 45°=1*g*0{,}1*\frac{\sqrt{2}}{2}=0{,}71\text{Дж}$$

$$A(M_c)=-M_C\varphi_2=-M_C\frac{1}{R_2}S_1=-1{,}2\frac{1}{0{,}4}*0{,}1=-0{,}3\text{Дж}$$

$$A(\overline{P}_3)=-P_3S_3\sin 45°=-m_3g*\frac{r_2}{R_2}S_1\sin 45°=-1{,}41\text{Дж}$$

$$A(\overline{F}_{тр})=-F_{тр}*S_3=-fN_3S_3=-fP_3\cos 45°\frac{r_2}{R_2}S_1=-0{,}14\text{Дж}$$

$$A(\overline{F}_{упр})=-\frac{C\lambda^2}{2}=-\frac{CS_E^2}{2}=-\frac{C\left(\frac{1}{2}\frac{r_2}{R_2}S_1\right)^2}{2}=$$

$$=-\frac{100\left(\frac{1}{2}\frac{0{,}2}{0{,}4}0{,}1\right)^2}{2}=-0{,}03\text{Дж}$$

$$A(\overline{N}_1)=A(\overline{N}_2)=A(\overline{N}_3)=A(\overline{N}_4)=0$$

Точки приложения сил $\overline{N}_1,\overline{N}_2,\overline{N}_3,\overline{N}_4$ не перемещаются

На основании найденных значений работ

$$\sum A_K=21{,}25+0{,}71-0{,}3-1{,}41-0{,}41-0{,}03=19{,}8\text{Дж}$$

5. Подставим найденные значения T и $\sum A_K$ в уравнение (1)

$$2{,}1V_{C1}^2=19{,}8\text{, откуда}$$

$$V_{C1}=\sqrt{\frac{19{,}8}{2{,}1}}=3\,\text{м/с}$$

Ответ: $V_{C1}=3\,\text{м/с}$

ЗАДАЧА №4

КРУЧЕНИЕ ВАЛА КРУГЛОГО ПОПЕРЕЧНОГО СЕЧЕНИЯ

1. ИСХОДНЫЕ ДАННЫЕ И УСЛОВИЕ ЗАДАЧИ

К стальному валу приложены три известных момента M_1, M_2 и M_3.

Требуется:

1) установить, при каком значении момента X угол поворота правого концевого сечения вала равен нулю;
2) для найденного значения момента X построить эпюру крутящих моментов;
3) при заданном значении R_s определить диаметр вала из расчета на прочность и округлить его до ближайшего большего, равного 30, 35, 40, 45, 50, 60, 70, 80, 90, 100 мм;
4) построить эпюру углов закручивания;
5) найти наибольший относительный угол закручивания (на 1 м длины).

Исходные данные для решения задачи: схема вала показана на рис. 5, линейные размеры вала – $a=2,0$ м; $b=1,6$ м; $c=1,3$ м; значения внешних моментов – $M_1=2000$ Нм; $M_2=600$ Нм; $M_3=1300$ Нм; расчетное сопротивление срезу $R_s=45$ МПа.

2. РЕШЕНИЕ ЗАДАЧИ

Угол закручивания на каждом грузовом участке вала определяется по следующей формуле

$$\varphi_i = \frac{M_{кр\,i} l_i}{GJ_\rho}, \qquad (1)$$

где $M_{кр\,i}$ – крутящий момент на i – м грузовом участке;

l_i – длина i – го грузового участка;

G – модуль сдвига материала вала;

J_ρ – полярный момент инерции вала круглого поперечного сечения.

Запишем выражения для крутящих моментов на каждом грузовом участке через величины M_1, M_2, M_3, и X:

$$M_{кр4} = X;\ M_{кр3} = X + M_3;\ M_{кр2} = X + M_3 - M_2;\ M_{кр1} = X + M_3 - M_2 + M_1.$$

Подставив полученные величины в выражение (1) и используя условие задачи, получим следующее значение неизвестного момента, приложенного к правому концу вала:

$$\frac{(X + M_3 - M_2 + M_1)\cdot a}{GJ_\rho} + \frac{(X + M_3 - M_2)\cdot b}{GJ_\rho} + \frac{(X + M_3)\cdot c}{GJ_\rho} + \frac{X\cdot a}{GJ_\rho} = 0;$$

$$X(2a + b + c) + M_3(a + b + c) - M_2(a + b) + M_1 a = 0;$$

$$X = \frac{-M_3(a+b+c)+M_2(a+b)-M_1 a}{2a+b+c} =$$

$$= \frac{-1300\cdot(2{,}0+1{,}6+1{,}3)+600\cdot(2{,}0+1{,}6)-2000\cdot 2{,}0}{2\cdot 2{,}0+1{,}6+1{,}3} = -1189{,}86\,\text{Нм}.$$

Используя выражения для крутящих моментов на каждом грузовом участке и полученное значение момента X, вычислим величины крутящих моментов на границах участков:

$$M_{кр4} = X = -1189{,}86\,\text{Нм};\ M_{кр3} = X + M_3 = -1189{,}86 + 1300 = 110{,}14\ \text{Нм};$$

$$M_{кр2} = X + M_3 - M_2 = -1189{,}86 + 1300 - 600 = -489{,}86\,\text{Нм};$$

$$M_{кр1} = X + M_3 + M_2 - M_1 = -1189{,}86 + 1300 - 600 + 2000 = 1510{,}14\,\text{Нм}.$$

По полученным данным строим эпюру $M_{кр}$

Запишем условие прочности вала при кручении:

$$\tau_{max} = \frac{M_{кр\,max}}{W_\rho} \le R_s, \qquad (2)$$

где $M_{кр\,max}$ – максимальное значение крутящего момента;

W_ρ – полярный момент сопротивления сечения вала.

Полярный момент сопротивления круглого поперечного сечения определяется по формуле:

$$W_\rho = \frac{\pi d^3}{16}, \qquad (3)$$

здесь d – диаметр вала.

Тогда, используя выражения (2) и (3), получаем

$$d \ge \sqrt[3]{\frac{16\cdot M_{кр\,max}}{\pi\cdot R_s}} = \sqrt[3]{\frac{16\cdot 1510{,}14}{3{,}14\cdot 45\cdot 10^6}} = 0{,}0555\,\text{м}.$$

Окончательно принимаем диаметр вала $d = 60$ мм.

Находим значение полярного момента инерции поперечного сечения вала по формуле

$$J_\rho = \frac{\pi d^4}{32} = \frac{3{,}14\cdot(6\cdot 10^{-2})^4}{32} = 1{,}271\cdot 10^{-6}\,\text{м}^4.$$

Используя формулу (1) и принимая величину модуля сдвига стали равной $G = 8\cdot 10^4$ МПа, вычисляем величину углов закручивания на каждом грузовом участке

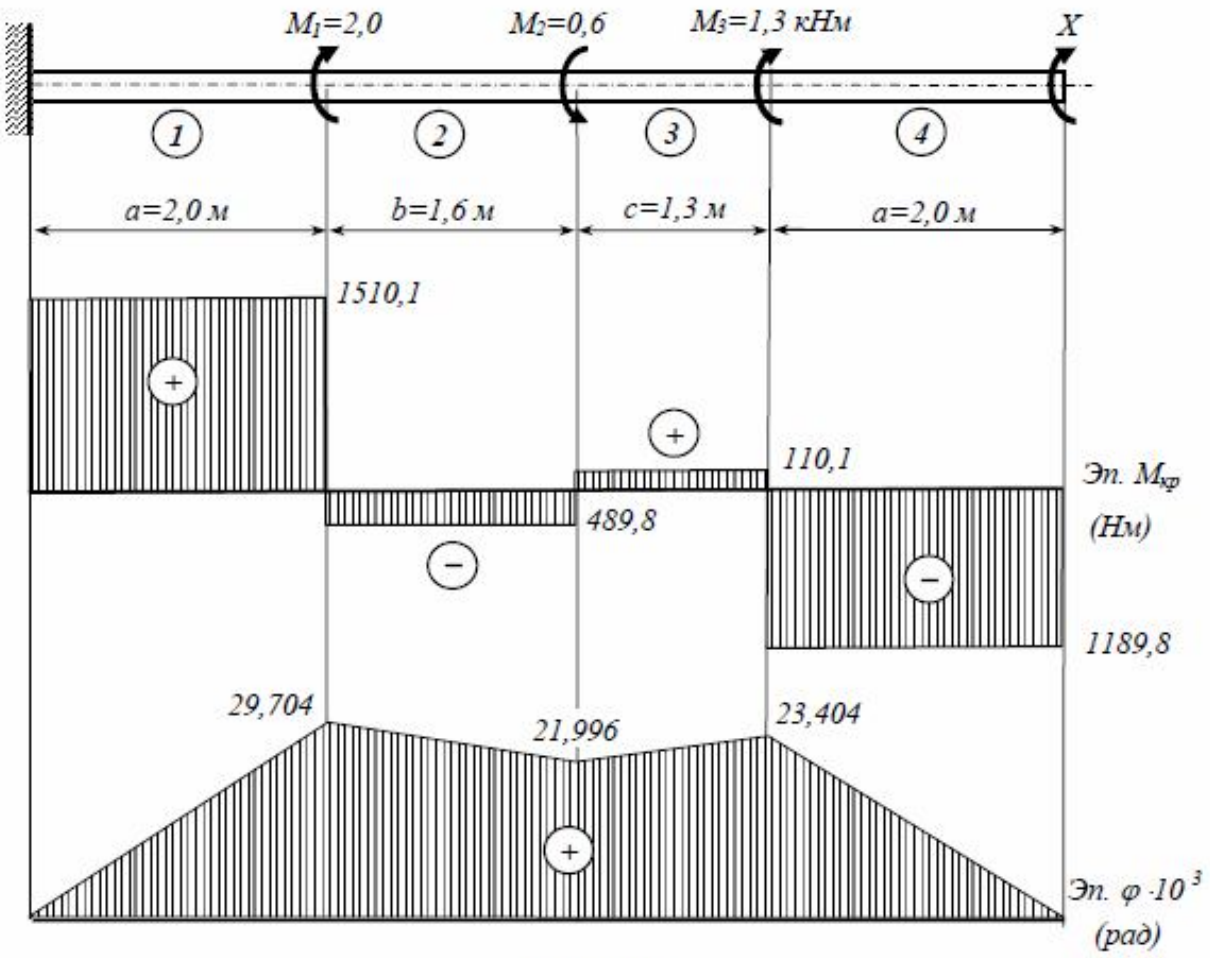


Рисунок 5

$$\varphi_4 = \frac{-1189{,}86 \cdot 2{,}0}{8 \cdot 10^{10} \cdot 1{,}271 \cdot 10^{-6}} = -23{,}404 \cdot 10^{-3}\,\text{рад};$$

$$\varphi_3 = \frac{110{,}14 \cdot 1{,}3}{8 \cdot 10^{10} \cdot 1{,}271 \cdot 10^{-6}} = 1{,}408 \cdot 10^{-3}\,\text{рад};$$

$$\varphi_2 = \frac{-489{,}86 \cdot 1{,}6}{8 \cdot 10^{10} \cdot 1{,}271 \cdot 10^{-6}} = -7{,}708 \cdot 10^{-3}\,\text{рад};$$

$$\varphi_1 = \frac{1510{,}14 \cdot 2{,}0}{8 \cdot 10^{10} \cdot 1{,}271 \cdot 10^{-6}} = 29{,}704 \cdot 10^{-3}\,\text{рад}.$$

Определяем ординаты эпюры углов закручивания

$\varphi_{A\text{-}1} = \varphi_1 = 29{,}707 \cdot 10^{-3}$ рад;

$\varphi_{A\text{-}2} = \varphi_1 + \varphi_2 = (29{,}707 - 7{,}708) \cdot 10^{-3} = 21{,}996 \cdot 10^{-3}$ рад;

$\varphi_{A\text{-}3} = \varphi_1 + \varphi_2 + \varphi_3 = (29{,}707 - 7{,}708 + 1{,}408) \cdot 10^{-3} = 23{,}404 \cdot 10^{-3}$ рад;

$$\varphi_{A\text{-}4} = \varphi_1 + \varphi_2 + \varphi_3 + \varphi_4 = (29{,}707 - 7{,}708 + 1{,}408 - 23{,}404)\cdot 10^{-3} = 0,$$

что соответствует условию задачи.

По полученным значениям строим эпюру углов закручивания вала φ.

Исходя из построенной эпюры φ, определяем наибольший относительный угол закручивания на 1 м его длины

$$\psi = \frac{\varphi_{\max}}{l} = \frac{29{,}704\cdot 10^{-3}}{2{,}0} = 14{,}852\cdot 10^{-3} \text{ рад/м.}$$

ЗАДАЧА № 5

ГЕОМЕТРИЧЕСКИЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ ПЛОСКИХ СЕЧЕНИЙ

1. ИСХОДНЫЕ ДАННЫЕ И УСЛОВИЕ ЗАДАЧИ

Для заданного поперечного сечения, состоящего из швеллера и равнобокого уголка, или из двутавра и равнобокого уголка, или из швеллера и двутавра, требуется:

1) определить положение центра тяжести;
2) найти осевые и центробежный моменты инерции относительно случайных осей, проходящих через центр тяжести сечения (z_c и y_c);
3) определить направление главных центральных осей (u и v);
4) Найти моменты инерции относительно главных центральных осей;
5) Вычертить сечение в масштабе и указать на нем все размеры в числах и все оси.

Исходные данные для решения задачи: составное сечение состоит из швеллера № 16; равнобокого уголка 90×90×6. Сечение показано на рис.

2. РЕШЕНИЕ ЗАДАЧИ

Рассмотрим первый элемент сечения швеллер № 16 (ГОСТ 8240-72). Площадь поперечного сечения A_1 = 18,1 см^2. Величина смещения главных осей элемента от внешней грани полки x_{01} =1,80 см. Осевые моменты инерции первого элемента равны: J_{x1} = 747 см^4, J_{y1} = 63,3 см^4. Центробежный момент: $D_{y1x1} = 0$.

Рассмотрим второй элемент сечения равнобокий уголок 90×90×6 (ГОСТ 8509-72). Площадь сечения второго элемента A_2=10,6 см^2. Моменты инерции этого элемента относительно центральных осей в соответствии с сортаментом прокатной стали равны: $J_{y2} = J_{x2}$ = 82,1 см^4 ; J_{max} = 130 см^4; J_{min} = 34 см^4. Величина смещения главных осей элемента от внешних граней полки x_{02} =y_{02} =2,43 см. Центробежный момент инерции равнополочного уголка:

$$D_{x2y2} = \frac{J_{\max} - J_{\min}}{2} Sin 2\theta = \frac{130-34}{2} Sin(-2\cdot 45^\circ) = -48 \text{ см}^4.$$

Выбираем вспомогательную систему прямоугольных декартовых координат, проводя оси ξ и η через центр тяжести одного из элементов сечения таким образом, чтобы они были параллельны осям y_i и x_i. Определяем координаты центров тяжести элементов сечения в новой системе ξ - η

$\eta_1 = 0;$ $\xi_1 = 0;$

$\eta_2 = (2\cdot 9{,}0 - 2{,}43) - 16/2 = 7{,}57$ см; $\xi_2 = -1{,}80 - 2{,}43 = -4{,}23$ см.

Вычисляем координаты положения центра тяжести составного сечения

$$\eta_c = \frac{\sum_{i=1}^{n} A_i \eta_i}{\sum_{i=1}^{n} A_i} = \frac{0 \times 18{,}1 + 7{,}57 \times 10{,}6}{18{,}1 + 10{,}6} = 2{,}80 \text{ см};$$

$$\xi_c = \frac{\sum_{i=1}^{n} A_i \xi_i}{\sum_{i=1}^{n} A_i} = \frac{0 \times 18{,}1 + (-4{,}23) \times 10{,}6}{18{,}1 + 10{,}6} = -1{,}56 \text{ см}.$$

Через точку C, имеющую координаты $\xi_c = -1{,}56$ см и η_c=2,80 см, проводим центральные оси Y и X составного сечения параллельно осям его элементов y_i и x_i .Для проверки правильности определения положения центра тяжести составного сечения воспользуемся свойством центральных осей, которое гласит, что статический момент относительно указанных осей равны нулю. Предварительно вычисляем координаты центров тяжести элементов сечения в системе центральных осей Y и X:

$b_1 = \xi_1 - \xi_c = 0 - (-1{,}56) = 1{,}56$ см; $\quad a_1 = \eta_1 - \eta_c = 0 - 2{,}80 = -2{,}80$ см;

$b_2 = \xi_2 - \xi_c = (-4{,}23) - (-1{,}56) = -2{,}67$ см; $\quad a_2 = \eta_2 - \eta_c = 7{,}57 - 2{,}80 = 4{,}77$ см;

Находим величины статических моментов относительно центральных осей Y и X

$$S_X = A_1 a_1 + A_2 a_2 = 18{,}1 \times (-2{,}80) + 10{,}6 \times 4{,}77 = -50{,}68 + 50{,}562 = -0{,}118 \text{ см}^3.$$

Погрешность вычислений $\frac{0{,}118}{50{,}68} \times 100\% = 0{,}23\%$.

$$S_Y = A_1 b_1 + A_2 b_2 = 18{,}1 \times 1{,}56 + 10{,}6 \times (-2{,}67) = 28{,}236 - 28{,}302 = -0{,}066 \text{ см}^3.$$

Погрешность вычислений $\frac{0{,}066}{28{,}302} \times 100\% = 0{,}23\%$. Погрешность в обоих случаях не превышает 5 % , следовательно, положение центра тяжести составного сечения найдено верно.

Осевые моменты инерции составного поперечного сечения определяются по формулам, учитывающим плоско-паралельное смещение центральных осей его элементов относительно центральных сечения в целом

$$J_Y = \sum_{i=1}^{n} (J_{yi} + b_i^2 A_i) = (J_{y1} + b_1^2 A_1) + (J_{y2} + b_2^2 A_2) =$$

$$= 63{,}3 + 1{,}56^2 \times 18{,}1 + 82{,}1 + (-2{,}67)^2 \times 10{,}6 = 265{,}01 \text{ см}^4;$$

$$J_X = \sum_{i=1}^{n} (J_{xi} + a_i^2 A_i) = (J_{x1} + a_1^2 A_1) + (J_{x2} + a_2^2 A_2) =$$

$$= 747 + (-2{,}8)^2 \times 18{,}1 + 82{,}1 + 4{,}77^2 \times 10{,}6 = 1212{,}18 \text{ см}^4.$$

Центробежный момент инерции составного сечения относительно осей Y и X с учетом смещения осей его элементов относительно центральных осей составного сечения равен

$$D_{YX} = \sum_{i=1}^{n} (D_{yixi} + a_i b_i A_i) = (D_{y1x1} + a_1 b_1 A_1) + (D_{y2x2} + a_2 b_2 A_2) =$$

$$= 0 + 1{,}56 \times (-2{,}8) \times 18{,}1 - 48 + (-2{,}67) \times 4{,}77 \times 10{,}6 = -262{,}06 \text{ см}^4.$$

Для определения положения главных центральных осей инерции сечения воспользуемся следующей формулой

$$\alpha = 0{,}5\, arctg\left(\frac{2\, D_{YX}}{J_Y - J_X}\right) = 0{,}5\, arctg\left(\frac{2 \times (-262{,}06)}{265{,}01 - 1212{,}18}\right) = 14{,}48^o.$$

Угол поворота центральных осей Y и X до положения главных центральных осей V и U имеет положительный знак, следовательно, поворот осей осуществляется против часовой стрелки.

Находим величину главных центральных моментов инерции составного сечения, используя следующую формулу

$$J_{\substack{max \\ min}} = \frac{J_Y + J_X}{2} \pm \frac{1}{2}\sqrt{(J_Y - J_X)^2 + 4D_{YX}^2};$$

$$J_{max} = J_V = \frac{265{,}01 + 1212{,}18}{2} + \frac{1}{2}\sqrt{(265{,}01 - 1212{,}18)^2 + 4 \times (-262{,}06)^2} =$$

$$= 738{,}60 + 541{,}26 = 1279{,}86 \text{ см}^4;$$

$$J_{min} = J_U = \frac{265{,}01 + 1212{,}18}{2} - \frac{1}{2}\sqrt{(265{,}01 - 1212{,}18)^2 + 4 \times (-262{,}06)^2} =$$

$$= 738{,}60 - 541{,}26 = 197{,}34 \text{ см}^4.$$

Поверяем правильность вычисления главных моментов инерции сечения. Первая проверка основана на свойстве инвариантности суммы осевых моментов инерции, которое гласит, что сумма осевых моментов инерции при повороте центральных осей не изменяется:

$$J_Y + J_X = J_V + J_U;$$

$$265{,}01 + 1212{,}18 = 1279{,}86 + 197{,}34;$$

$$1477{,}19 \text{ см}^4 \approx 1477{,}20 \text{ см}^4.$$

Вторая проверка основана на следующем свойстве главных центральных осей инерции сечения: центробежный момент инерции относительно главных центральных осей равен:

$$D_{UV} = \frac{J_X - J_Y}{2}\sin 2\alpha + D_{XY}\cos 2\alpha =$$

$$= \frac{1212{,}18 - 265{,}01}{2} \times Sin\,28{,}96^o + (-262{,}06) \times Cos\,28{,}96^o =$$

$$= 229{,}31 - 229{,}29 = 0{,}02\,\text{см}^4 \approx 0,$$

следовательно, величина главных центральных моментов инерции сечения определена верно.

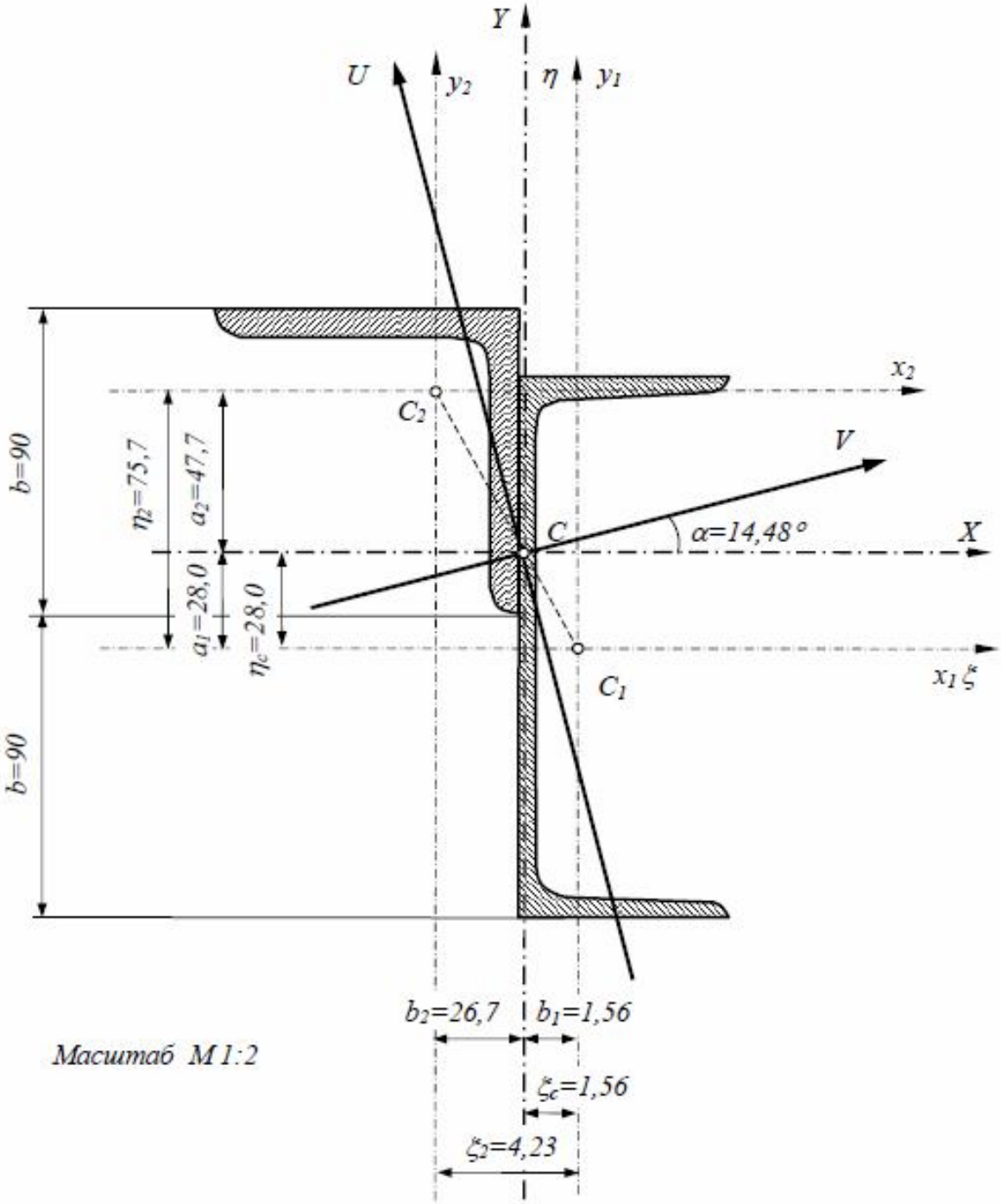


Рисунок 15.

ЗАДАЧА 6

Расчет на прочность статически определимого ступенчатого стержня по допускаемым напряжениям

Для заданного статически определимого ступенчатого стрежня:

1.1. Построить эпюру продольных сил.

1.2. Из условия прочности подобрать площади поперечных сечений стержней, учитывая заданное соотношение площадей.

1.3. Построить эпюру нормальных напряжений в поперечных сечениях стержня.

1.4. Построить эпюру перемещений.

Исходные данные для расчета:

Стержень медный, $E_{Cu} = 1{,}1 \cdot 10^5$ МПа, $[\sigma]_{Cu} = 75$ МПа.

Решение:

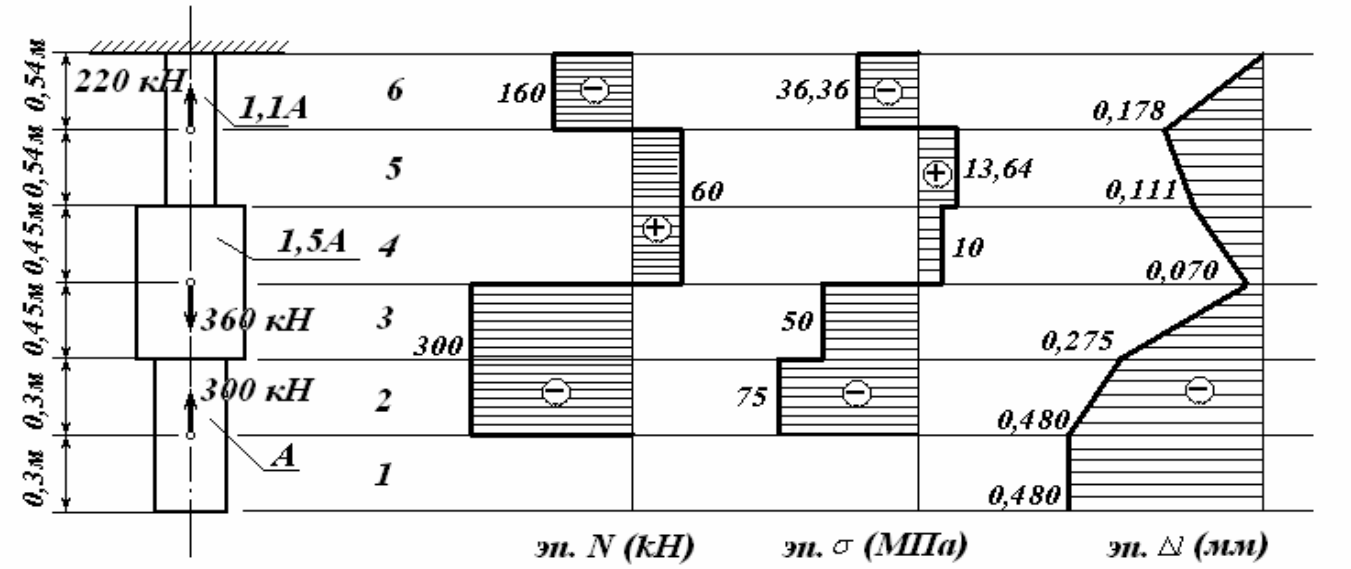


Рисунок 16. Статически определимый ступенчатый стержень

а) Рассматриваемый стержень состоит из 6 участков, границами которых являются сечения, где приложены внешние силы и места изменения размеров поперечного сечения. Проводя произвольные сечения в пределах каждого участка стержня и рассматривая его нижнюю часть (отбрасывая часть с заделкой), находим продольные силы на каждом участке стержня, одновременно строя

эпюру продольных сил N (рисунок 16). По эпюре N можно, определить продольную силу в заделке, которая равна -160 кН.

б) Для определении опасного сечения находим нормальные напряжения на каждом участке стержня: $\sigma = \frac{N}{A}$.

$$\sigma_1 = \frac{N_1}{A_1} = 0;$$

$$\sigma_2 = \frac{N_2}{A_2} = \frac{-300}{A};$$

$$\sigma_3 = \frac{N_3}{A_3} = \frac{-300}{kA} = \frac{-300}{1,5A} = \frac{-200}{A};$$

$$\sigma_4 = \frac{40}{A};$$

$$\sigma_5 = \frac{54,55}{A};$$

$$\sigma_6 = \frac{-145,45}{A}.$$

Из условий прочности для опасного (второго) участка при растяжении-сжатии:

$$|\sigma_{\max}| = |\sigma_2| = \frac{300}{A} \le [\sigma]_{Cu} = 75\ МПа$$, отсюда

$$A = \frac{300}{75} = \frac{300 \cdot 10^3\ Н}{75 \cdot 10^6\ Па} = 4 \cdot 10^{-3}\, м^2 = 40 см^2.$$

Далее можно определить площадь поперечного сечения каждого участка стержня.

в) Построение эпюры нормальных напряжений.

Нормальные напряжения в поперечных сечениях участков равны:

$$\sigma_1 = 0;$$

$$\sigma_2 = \frac{-300}{A} = \frac{-300 \cdot 10^3}{4 \cdot 10^{-3}} = -75 \cdot 10^6 = -75 МПа;$$

$$\sigma_3 = \frac{-200 \cdot 10^3}{4 \cdot 10^{-3}} = -50 МПа;$$

$\sigma_4 = 10 МПа;$

$\sigma_5 = 13,64 МПа;$

$\sigma_6 = -36,36 МПа.$

По полученным значениям строим эпюру нормальных напряжений (рис.16).

г) Построение эпюры перемещений поперечных сечений вдоль оси.

Для построения эпюры относительных перемещений используем закон Гука для абсолютных удлинений: $\Delta l = \frac{Nl}{EA} = \sigma \frac{l}{E}.$

Эпюру перемещений следует строить, начиная от заделки, перемещение сечения в которой равно нулю. Удлинения участков соответственно равны:

$$\Delta l_1 = 0;$$

$$\Delta l_2 = \sigma_2 \frac{l_2}{E} = \frac{-75 \cdot 10^6 Па \cdot 0,3 м}{1,1 \cdot 10^5 \cdot 10^6 Па} = -0,000205 м = -0,205 мм;$$

$$\Delta l_3 = \frac{-50 \cdot 10^6 \cdot 0,45}{1,1 \cdot 10^5 \cdot 10^6} = -0,205 мм;$$

$$\Delta l_4 = 0,041 мм;$$

$$\Delta l_5 = 0,067 мм;$$

$$\Delta l_6 = -0,178 мм;$$

Ординаты эпюры перемещений границ участков будут:

$$y_6 = \Delta l_6 = -0,178 мм;$$

$$y_5 = \Delta l_6 + \Delta l_5 = -0,178 + 0,067 = -0,111 мм;$$

$$y_4 = \Delta l_6 + \Delta l_5 + \Delta l_4 = -0,070 мм;$$

$$y_3 = \sum_3^6 \Delta l_i = -0,275 мм;$$

$$y_2 = -0,480 мм;$$

$$y_1 = -0,480 мм.$$

По полученным перемещениям сечений строим эпюру перемещений (рисунок 16).

ЗАДАЧА № 7

РАСЧЕТ СТАТИЧЕСКИ НЕОПРЕДЕЛИМОЙ СТЕРЖНЕВОЙ СТСТЕМЫ

1. ИСХОДНЫЕ ДАННЫЕ И УСЛОВИЕ ЗАДАЧИ

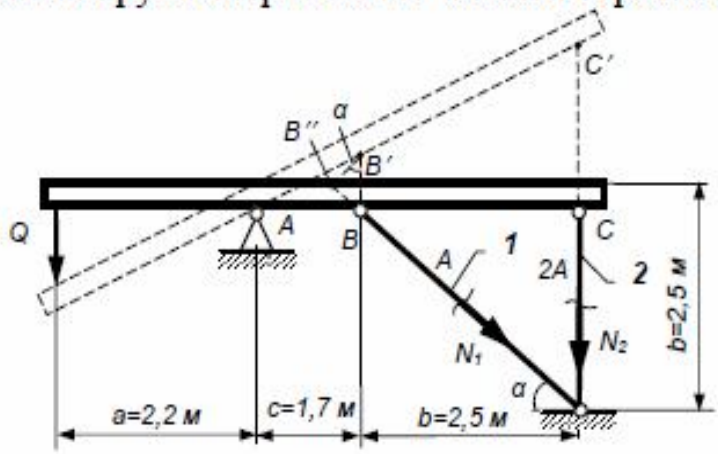
Абсолютно жесткий брус опирается на шарнирно неподвижную опору и прикреплен к двум стержням с помощью шарниров. Требуется:

6) найти усилия и напряжения в стержнях, выразив их через силу Q;
7) найти допускаемую нагрузку $Q_{доп}$, приравняв большее из напряжений в двух стержнях расчетному сопротивлению $R = 160$ МПа;
8) найти предельную грузоподъемность системы Q_m и допускаемую нагрузку $Q_{доп}$, если предел текучести $\sigma_m = 240$ МПа и коэффициент запаса прочности $k = 1{,}5$;
9) сравнить величины $Q_{доп}$, полученные из расчета по допускаемым напряжениям и допускаемым нагрузкам.

Исходные данные для решения задачи: схема стержневой системы показана на рис. 4; площадь поперечного сечения – $A = 17$ см^2; линейные размеры – $a = 2{,}2$ м, $b = 2{,}5$ м, $c = 1{,}7$ м,

2. РЕШЕНИЕ ЗАДАЧИ

При действии на стержневую систему внешней силы Q абсолютно жесткий брус повернется по часовой стрелке относительно точки A, что вызовет



удлинение стержней *1* и *2*. Деформация стержней приводит к возникновению в них продольных усилий N_1 и N_2. Помимо этих усилий к системе приложены две опорные реакции, возникающие в шарнирно неподвижной опоре A. На плоскости можно составить только три независимых уравнения статики. Сле-

довательно, общее число неизвестных усилий на единицу превышает количество уравнений статики и система является статически неопределимой.

Для определения усилий в стержнях заданной системы рассмотрим три стороны задачи: статическую, геометрическую и физическую.

1) Статическая сторона задачи. Составим уравнение суммы моментов всех сил, действующих на систему, относительно неподвижной точки A

$$\sum m_A = 0; \quad N_1 \cdot Sin\alpha \cdot c + N_2 \cdot (b+c) - Q \cdot a = 0.$$

Полученное уравнение содержит два неизвестных продольных усилия, возникающих в стержнях системы, N_1 и N_2.

2) Геометрическая сторона задачи. Рассмотрим деформированное состояние системы, как показано на рисунке. Под действием силы Q абсолютно жесткий брус занимает новое положение AC'. Стержни *1* и *2* получат удлинения Δl_1 и Δl_2 соответственно. Запишем уравнение, связывающее эти величины. В соответствии с чертежом $BB'' = \Delta l_1$ и $CC' = \Delta l_2$. Из прямоугольно треугольника $\Delta BB'B''$ получаем, что $BB' = \Delta l_1 / Sin\alpha$. Здесь угол $\alpha = 45^\circ$.

Из подобия треугольников $\Delta ABB'$ и ΔACC следует

$$\frac{BB'}{AB} = \frac{CC'}{AC} \quad \text{или} \quad = \frac{\Delta l_1}{c \cdot Sin\alpha} = \frac{\Delta l_2}{(b+c)}$$

3) Физическая сторона задачи. Воспользовавшись законом Гука, запишем выражения для удлинений стержней Δl_1 и Δl_2:

$$\Delta l_1 = \frac{N_1 \cdot l_1}{E \cdot A_1} = \frac{N_1 \cdot b}{E \cdot A \cdot Sin\alpha} \quad \text{и} \quad \Delta l_2 = \frac{N_2 \cdot l_2}{E \cdot A_2} = \frac{N_2 \cdot b}{E \cdot 2A}.$$

Подставляя эти выражения в уравнение геометрической стороны задачи, получаем

$$\frac{N_1 \cdot b}{E \cdot A \cdot c \cdot Sin^2\alpha} = \frac{N_2 \cdot b}{E \cdot 2A \cdot (b+c)}.$$

Тогда

$$N_1 = \frac{N_2 \cdot c \cdot Sin^2\alpha}{2 \cdot (b+c)} = \frac{N_2 \cdot 1{,}7 \cdot 0{,}7071^2}{2 \cdot (2{,}5+1{,}7)} = 0{,}1012 N_2.$$

Подставляя полученное соотношение в уравнение статики, имеем:

$$0{,}1012 N_2 \cdot 0{,}7071 \cdot 1{,}7 + N_2 \cdot (2{,}5+1{,}7) - Q \cdot 2{,}2 = 0;$$

$$4{,}322 \cdot N_2 - 2{,}2 \cdot Q = 0.$$

$$N_2 = \frac{2{,}2 \cdot Q}{4{,}322} = 0{,}509Q \quad \text{и} \quad N_1 = 0{,}1012 N_2 = 0{,}1012 \cdot 0{,}509Q = 0{,}0515Q.$$

Вычисляем нормальные напряжения в стержнях системы

$$\sigma_1 = \frac{N_1}{A_1} = \frac{0{,}0515Q}{A} = \frac{0{,}0515Q}{17 \cdot 10^{-4}} = 30{,}30Q\,;$$

$$\sigma_2 = \frac{N_2}{A_2} = \frac{0{,}509Q}{2A} = \frac{0{,}2445Q}{A} = \frac{0{,}2545Q}{17 \cdot 10^{-4}} = 149{,}71Q\,.$$

Находим допускаемую нагрузку на систему, приравнивая большее из двух полученных напряжений в стержнях величине расчетного сопротивления $R = 160$ МПа. Из условия прочности следует

$$\sigma_{\max} = \sigma_2 = 149{,}71Q \le R = 160 \text{ МПа}.$$

Откуда

$$Q_{доп} \le \frac{R}{149{,}71} = \frac{160 \cdot 10^6}{149{,}71} = 1068{,}76 \cdot 10^3 \text{Н} = 1068{,}76 \text{кН}.$$

Определим несущую способность системы Q_m из расчета по разрушающим нагрузкам. Предельное состояние стержневой системы будет достигнуто тогда, когда напряжения в обоих ее стержнях достигнут предела текучести материала $\sigma_y = 240$ МПа. Тогда, из статической стороны задачи получаем

$$\sigma_y \cdot F_1 \cdot Sin\alpha \cdot c + \sigma_y \cdot F_2 \cdot (b + c) - Q \cdot a = 0\,,$$

$$\sigma_y \cdot F \cdot Sin\alpha \cdot c + \sigma_y \cdot 2F \cdot (b + c) - Q \cdot a = 0\,,$$

$$Q_y = \frac{\sigma_y \cdot F(c \cdot Sin\alpha + 2(b + c))}{a} = \frac{240 \cdot 10^6 \cdot 17 \cdot 10^{-4} \cdot (1{,}7 \cdot 0{,}7071 + 2 \cdot (2{,}5 + 1{,}7))}{2{,}2} =$$

$$= 1780747{,}5 \text{ Н} = 1780{,}75 \text{ кН}.$$

При заданной величине коэффициента запаса прочности допускаемая нагрузка будет равна

$$Q'_{доп} = \frac{Q_y}{k} = \frac{1780{,}75}{1{,}5} = 1187{,}17 \text{ кН}.$$

Следовательно, величина допускаемой нагрузки $Q'_{доп}$, полученной из расчета по разрушающим нагрузкам, больше величины $Q_{доп}$, полученной из расчета по допускаемым напряжениям в

$$\frac{Q'_{доп}}{Q_{доп}} = \frac{1187{,}17}{1068{,}76} = 1{,}111 \text{раза}.$$

ЗАДАЧА 8

Для заданных балок требуется:

1. Определить опорные реакции.
2. Построить эпюры внутренних силовых факторов.
3. Подобрать поперечные сечения из условий прочности – круглые и прямоугольные деревянные, стальное из двутавра.

ПРИМЕР 1

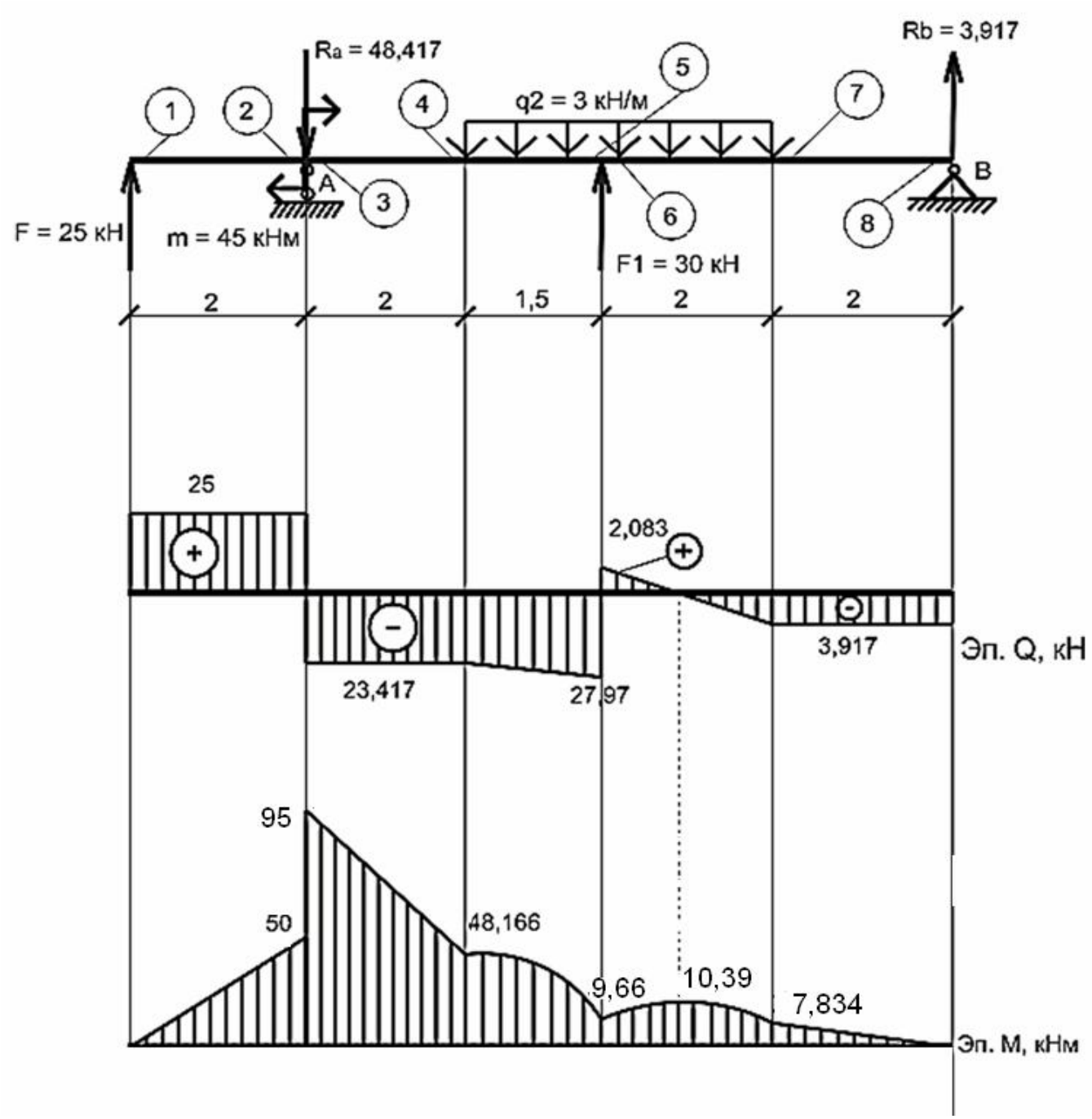


Рисунок 17 - Пример 1 – балка на двух опорах

1) Находим реакции опор. Для этого составляем уравнения равновесия.

$\sum M_A = 0;$
$25 \cdot 2 + 45 + 3 \cdot 3{,}5 \cdot 3{,}75 - 30 \cdot 3{,}5 - 7{,}5\ R_B = 0;$
$7{,}5\ R_B = 29{,}375;$
$R_B = 3{,}917$ кН.

$\sum M_B = 0;$
$30 \cdot 4 - 3 \cdot 3{,}5 \cdot 3{,}75 + 45 - 7{,}5\ R_A + 25 \cdot 9{,}5 = 0;$
$7{,}5R_A = 363{,}125;$
$R_A = 48{,}417$ кН.

Проверка: $\sum y = 0;$
$25 - 48{,}417 - 3 \cdot 3{,}5 + 30 + 3{,}917 = 0;$
$0 = 0.$

2) Построим эпюры внутренних силовых факторов Q и M по характерным точкам. *Характерными* точками называются точки приложения сосредоточенных сил, границы приложения равномерно распределенных нагрузок, точки приложения моментов, шарниры, узлы, заделки.

Построение эпюры Q.

1. Проведём сечение I-I в точке 1 и рассмотрим участок слева от сечения. В него вошла сила F = 25 кН, действующая вверх, поэтому на эпюре Q откладываем значение 25 кН вверх от нулевой линии.

2. Проводим сечение в точке 2 расположенной левее шарнира A на бесконечно малом расстоянии, и рассматриваем левую часть балки. В него также вошла только сила F = 25 кН, поэтому в точке 2 также откладываем 25 кН вверх от нулевой линии.

3. Проводим сечение в точке 3, рассмотрим левую часть. В него вошла сила F = 25 кН, действующая вверх и сила $R_A = 48{,}417$ кН, действующая вниз. Поэтому на эпюре в точке 3 откладываем $25 - 48{,}417 = -23{,}417$ кН. В точке A образуется скачок на величину реакции R_A.

4. В точке 4 ничего не добавилось, на эпюре откладываем значение 23,417 кН.

5. Проводим сечение в точке 5. Аналогично предыдущим расчетам получаем: $25 - 48{,}417 - 3 \cdot 1{,}5 = -27{,}917$ кН.

6. Далее для удобства начнем расчет с правой стороны. Проведем сечение в точке 8, рассмотрим правую часть. В неё вошла только сила $R_B = 3{,}917$ кН, действующая вверх. Так как расчет ведем с правой стороны, на эпюре откладываем ее значение вниз.

7. В точке 7 ничего не изменилось, на эпюре в точке 7 откладываем 3,917 кН вниз.

8. Проведем сечение в точке 6, рассмотрим правую часть. Добавляется нагрузка $q_2 = 3$ кН/м, действующая вниз. На эпюре откладываем: $-3{,}917 + 3 \cdot 2 =$ $= 2{,}083$ кН.

В точке приложения силы получаем скачок, равный ее величине 30 кН.

Полученные точки необходимо последовательно соединить прямыми отрезками, расставить знаки («+» – для участков, расположенных выше нулевой линии, «–» – ниже нулевой линии. Все участки заштриховываются аккуратно вертикальной штриховкой.

Построение эпюры М.

Эпюра моментов М строится на сжатом волокне.

Будем считать момент М положительным, если приложенные силы сжимают верхние волокна балки, отрицательным – если нижние. Эпюра моментов М строится по тем же характерным точкам, что и эпюра поперечных сил Q.

1. Проводим аналогично сечения в точках, где хотим найти момент. В точке 1, в месте приложения силы F – рассматриваем левую часть, в нее вошла только сила F = 25 кН, т.к. эта сила не имеет плеча относительно точки 1, момент равен 0.

2. Проведем сечение на бесконечно малом расстоянии слева от точки А, в точке 2 и рассмотрим левую часть. В нее вошла сила F = 25 кН с плечом 2 м относительно точки 2, следовательно в точке 2 момент равен 25 · 2 = 50 кНм. Сила сжимает верхние волокна, поэтому значение откладывается верх от нулевой линии.

3. Проведем сечение на бесконечно малом расстоянии правее точки А, в точке 3. Рассмотрим левую часть. В нее вошла сила F = 25 кНм с плечом 2 м относительно точки 3, момент m = 45 кНм и сила R_A = 48,417 кНм с плечом 0 м относительно точки 3. Момент также как и сила F сжимает верхние волокна, следовательно, учитывается в расчете также со знаком «+»: 25 · 2 + 50 = 95 кНм. В точке А произошел скачок на величину приложенного момента.

4. Аналогично находим значения моментов в остальных точках.

В точке 4: 25 · 4 + 45 – 48,417 · 2 = 48,166 кНм.

В точке 5: 25 · 5,5 + 45 – 48,417 · 3,5 – 3 · 1,5 · 0,75 = 9,668 кНм.

5. Для удобства расчетов продолжим расчет с правой стороны балки. В точке 8 момент равен 0.

6. В точке 7: 3,917 · 2 = 7,834 кНм (сжимает верхние волокна, откладываем вверх).

7. Возвращаемся в точку приложения силы F_1:
3,917 · 4 – 3 · 2 · 1 = 9,668 кНм. В этой точке наблюдается излом в сторону действия силы.

Значения в точках при построении эпюр с левой и с правой стороны должны совпасть.

Найденные точки соединяют прямыми, а границы участков с равномерно распределенной нагрузки – параболой, выпуклостью в сторону обратную действию нагрузки.

Необходимо отметить, что на эпюре М по сравнению с эпюрой Q порядок линий увеличивается на единицу, т.е. если на эпюре Q горизонтальная прямая, то на эпюре М – наклонная, если на эпюре Q наклонная, то на эпюре М – парабола и т.д.

Определение экстремума.

Экстремум располагается на эпюре моментов под точкой пересечения эпюры Q с нулевой линией.

Экстремум определим по формуле: $M_{max} = M_0 \pm \dfrac{Q_0^2}{2q}$, где

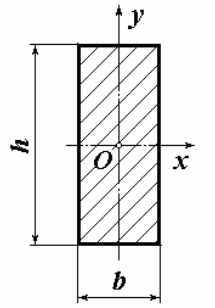
M_0 – значение момента на любой из границ соответствующего участка.

Q_0 – значение Q на соответствующей границе участка.

Тогда $M_{max} = 9,668 + \dfrac{2,008^2}{6} = 10,39$ кНм.

3) Подбираем поперечные сечения данной балки.

Подберем деревянное ($[\sigma]$ = 10 МПа) прямоугольное сечение с соотношением сторон $h = 2b$.



Условие прочности при изгибе по максимальным нормальным напряжениям:

$$\sigma_{\max} = \frac{|M_{\max}|}{W_x} \le [\sigma] = 10 МПа,$$

где $[\sigma]$ = 10 МПа – расчетное сопротивление дерева;

W_x – момент сопротивления балки.

Для прямоугольного сечения: $W_x = \dfrac{bh^2}{6} = \dfrac{b(2b)^2}{6} \dfrac{b \cdot 4b^2}{6} = \dfrac{2b^3}{3}$.

$$W_x = \frac{|M_{\max}|}{[\sigma]} = \frac{95 \cdot 10^3 Нм}{10 \cdot 10^6 Па} = 9,5 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3 = 9500 \text{ см}^3.$$

$$b = \sqrt[3]{1,5W} = \sqrt[3]{1,5 \cdot 9500} = 24,24 \text{ см}.$$

Примем b = 24,5 см, тогда $h = 2b$ = 49 см.

ПРИМЕР 2

Для балки с жёсткой заделкой нет необходимости находить опорные реакции, тогда построение эпюр всегда необходимо начинать со свободного конца балки.

1. Построение эпюры Q.

Расчет ведем с левого конца балки, проводим сечение в точке 1. В отсеченную часть не попало никаких сил, следовательно, в начале этого участка Q = 0.

Проводим сечение в точке 2. В отсечённую часть входит нагрузка q_2, действующая вниз, поэтому на эпюре откладываем: – 3 · 2 = – 6 кН – вниз от нулевой линии. В точке 3 – аналогично.

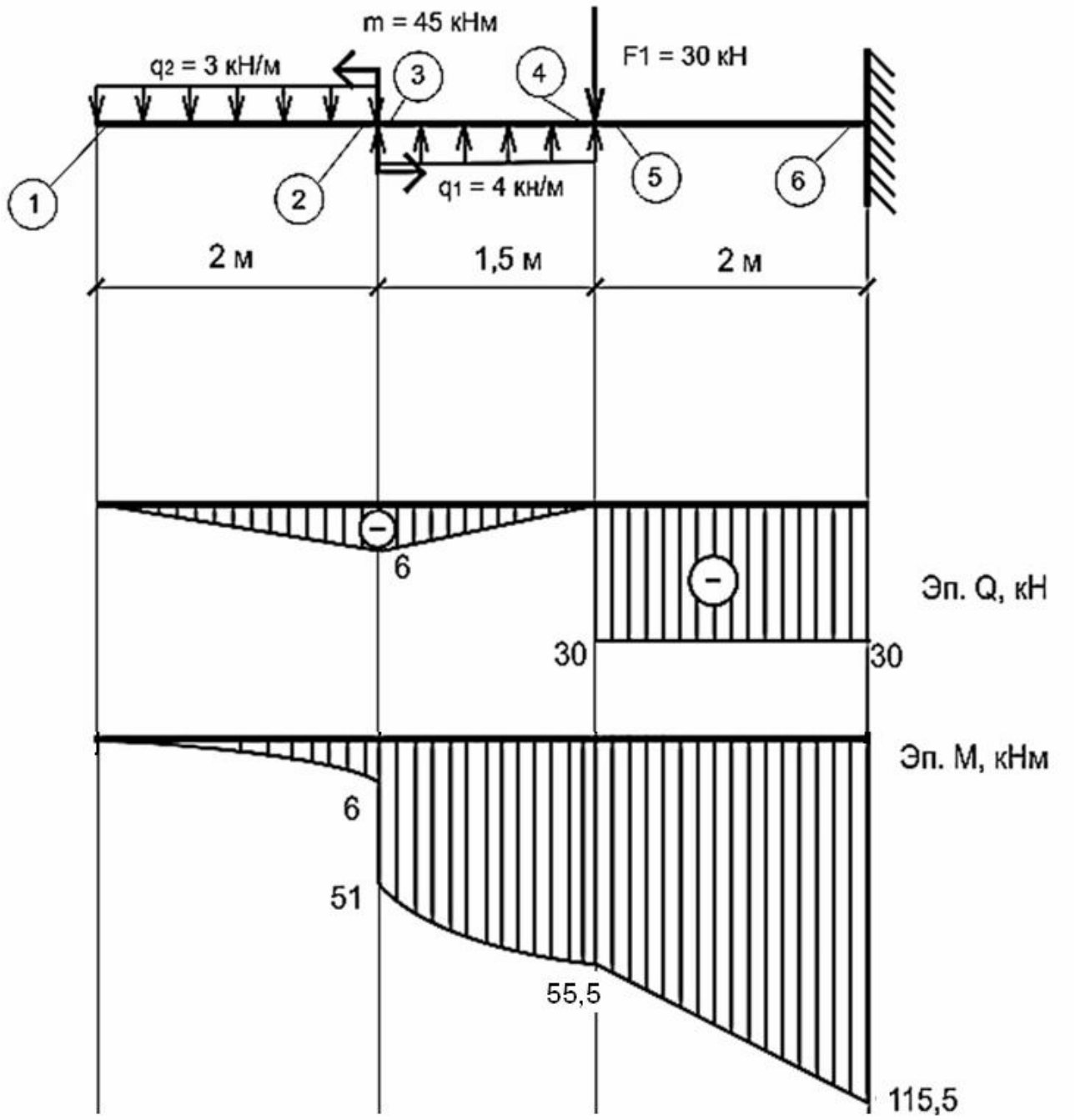


Рисунок 18 - Пример 2 – балка с жесткой заделкой

Проводим сечение в точке 4. В отсечённую часть входят две нагрузки: q_2, действующая вниз, и q_1, действующая вверх. На эпюре откладываем:
$-3 \cdot 2 + 4 \cdot 1{,}5 = 0$.

Проводим сечение в точке 5, рассматриваем левую часть. Помимо нагрузок в неё входит сила $F_1 = 30$ кН, действующая вниз. На эпюре откладываем:
$-3 \cdot 2 + 4 \cdot 1{,}5 - 30 = -30$ кН.

В точке 6 – аналогично.

Соединяем полученные точки отрезками прямых.

2. Построение эпюры М.

Начинаем построение также со свободного конца балки. В участок слева от точки 1 не входят моменты, поэтому здесь М = 0.

Проводим сечение в точке 2 и рассматриваем левую часть. В неё входит нагрузка q_2, сжимающая нижние волокна. Момент в этой точке равен:
– 3 · 2 · 1 = 6 кНм.

Проводим сечение в точке 3, рассматриваем левую часть. Помимо нагрузки в неё входит момент m = 45 кН, сжимающий также нижние волокна. На эпюре откладываем: – 3 · 2 · 1 – 45 = – 51 кНм.

Далее все построения выполняются аналогично. Момент в точке 4 равен:
– 3 · 2 · 1 – 45 + 4 · 1,5 · 0,75 = – 55,5 кНм.

В точке 5 добавилась сила F_1, но, т.к. её плечо равно нулю, на эпюре значение момента не меняется.

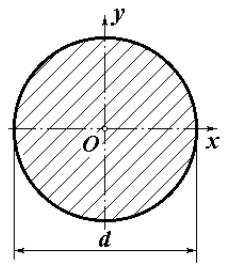
В точке 6 момент равен:
– 3 · 2 · 1 – 45 + 4 · 1,5 · 2,75 – 30 · 2 = – 115,5 кНм.

Полученные точки соединяем отрезками прямых, а под нагрузкой – параболой, выпуклостью в сторону обратную действию нагрузки.

По построенным эпюрам можно определить опорные реакции в заделке данной балки: Q = 30 кН, направлена вверх, М = 115,5 кНм, сжимает нижние волокна балки (направлен по часовой стрелке).

3. Подбор сечений.

Выполним подбор круглого деревянного сечения

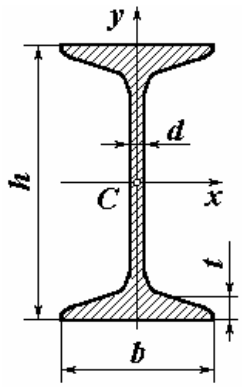


$$\sigma_{\max} = \frac{|M_{\max}|}{W_x} \le [\sigma] = 10 МПа, \text{ откуда } W_x = \frac{|M_{\max}|}{[\sigma]},$$

где = 10 МПа – расчетное сопротивление дерева; W_x – момент сопротивления круглого сечения балки: $W_x = \dfrac{\pi d^3}{32}$.

Тогда требуемый диаметр круглого поперечного сечения балки равен $d \ge \sqrt[3]{\dfrac{32 \cdot |M_{\max}|}{\pi \cdot [\sigma]}} = \sqrt[3]{\dfrac{32 \cdot 115{,}5 \cdot 10^3}{3{,}14 \cdot 10 \cdot 10^6}} = 0{,}49$ м. Принимаем d = 50 см.

Выполним подбор стального двутаврового сечения



$$\sigma_{\max} = \frac{|M_{\max}|}{W_x} \le [\sigma] = 160 МПа,$$

$$W_x = \frac{115{,}5 \cdot 10^3 Нм}{160 \cdot 10^6 Па} = 0{,}722 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3 = 722 \text{ см}^3.$$

По сортаменту прокатной стали (ГОСТ 8239-89) подбираем двутавр № 36 с W_x = 743 см^3.

ЗАДАЧА № 9

РАСЧЕТ КОРОТКОГО СТЕРЖНЯ НА ВНЕЦЕНТРЕННОЕ СЖАТИЕ

1. ИСХОДНЫЕ ДАННЫЕ И УСЛОВИЕ ЗАДАЧИ

Чугунный короткий стержень, поперечное сечение которого изображено на рис. сжимается продольной силой F, приложенной в точке A. Требуется вычислить:

а) наибольшее растягивающее и наибольшее сжимающее напряжение в поперечном сечении, выразив эти напряжения через F, и размеры сечения;

б) найти допускаемую нагрузку $[F]$ при заданных размерах сечения и расчетных сопротивлениях для чугуна на сжатие R_c и на растяжение R_t.

Исходные данные для решения задачи: $R_c = 140$ МПа; $R_t = 24$ МПа; $a = 4$ см; $b = 4$ см.

2. РЕШЕНИЕ ЗАДАЧИ

Определяем геометрические характеристики сечения. Выбираем вспомогательную систему координат ξ и η, направляя эти оси, как показано на рисунке. Сечение разбиваем на два элемента. Площади элементов сечения равны:

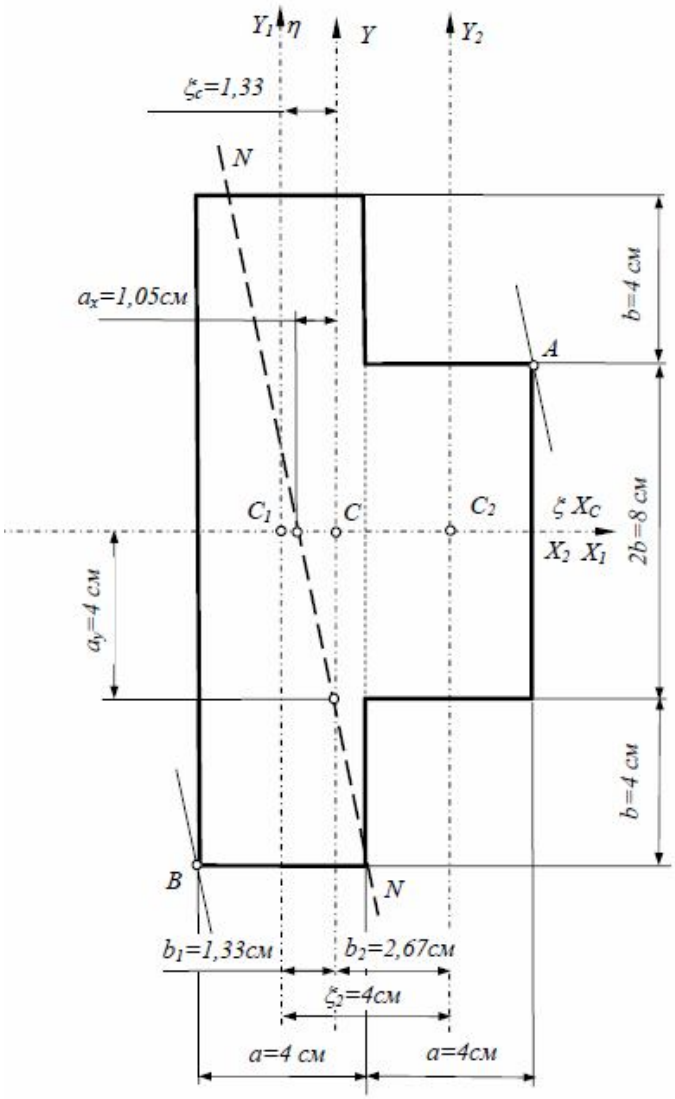


Рисунок 19.

$$A_1 = 4b \cdot a = 4 \cdot 4 \cdot 4 = 64 \text{ см}^2; \; A_2 = 2b \cdot a = 2 \cdot 4 \cdot 4 = 32 \text{ см}^2.$$

Координаты центров тяжести элементов сечения:

$$\eta_1 = 0; \; \eta_2 = 0 \text{ см}; \quad \xi_1 = 0; \; \xi_2 = 4 \text{ см}.$$

Находим координаты центра тяжести сечения в целом:

$$\eta_c = \frac{\sum A_i \eta_i}{\sum A_i} = \frac{64 \cdot 0 + 32 \cdot 0}{64 + 32} = 0 \text{ см};$$

$$\xi_c = \frac{\sum A_i \xi_i}{\sum A_i} = \frac{64 \cdot 0 + 32 \cdot 4}{64 + 32} = 1{,}33 \text{ см}.$$

Через полученную точку центра тяжести сечения проводим центральные оси X и Y. Координаты центров тяжести элементов в системе главных осей:

$$a_1 = \eta_1 - \eta_c = 0 \text{ см}; \; a_2 = \eta_2 - \eta_c = 0 \text{ см};$$

$$b_1 = \xi_1 - \xi_c = 0 - 1{,}33 = -1{,}33 \text{ см}; \quad b_2 = \xi_2 - \xi_c = 4 - 1{,}33 = 2{,}67 \text{ см}.$$

Вычисляем осевые моменты инерции:

$$J_x = J_{x_1} + a_1^2 A_1 + J_{x_2} + a_2^2 A_2 = \frac{a \cdot (4b)^3}{12} + \frac{a \cdot (2b)^3}{12} = \frac{16^3 \cdot 4}{12} + \frac{8^3 \cdot 4}{12} = 1536 \text{ см}^4;$$

$$J_y = J_{y_1} + b_1^2 A_1 + J_{y_2} + b_2^2 A_2 = \frac{a^3 \cdot (4b)}{12} + b_1^2 A_1 + \frac{a^3 \cdot (2b)}{12} + b_2^2 A_2 =$$

$$= \frac{16 \cdot 4^3}{12} + (-1{,}33)^2 \cdot 64 + \frac{4^3 \cdot 8}{12} + 2{,}67^2 \cdot 32 = 469{,}33 \text{ см}^4.$$

Вычисляем квадраты главных радиусов инерции:

$$i_X^2 = \frac{J_X}{A} = \frac{1536}{96} = 16 \text{ см}^2; \; i_Y^2 = \frac{J_Y}{A} = \frac{469{,}33}{96} = 4{,}89 \text{ см}^2.$$

По чертежу определяем координаты приложения сжимающей силы P в системе главных центральных осей

$$X_P = 4{,}67 \text{ см}; \qquad Y_P = 4 \text{ см}.$$

Для определения положения опасных точек поперечного сечения находим положение нейтральной линии. Вычисляем величину отрезков, отсекаемых этой линией от главных центральных осей инерции сечения:

$$a_x = -\frac{i_y^2}{x_P} = -\frac{4{,}89}{4{,}67} = -1{,}05 \text{ см}; \; a_y = -\frac{i_x^2}{y_P} = -\frac{16}{4} = -4 \text{ см}.$$

Опасные точки A и B (наиболее удаленные от нейтральной линии) имеют следующие координаты: $x_A = 4{,}67$ см; $y_A = 4$ см; $x_B = -3{,}33$ см; $y_B = -8$ см. В точке A заданного сечения возникают максимальные сжимающие напряжения, а в точке B – максимальные растягивающие напряжения. Находим напряжения в опасных точках:

$$\sigma_A = -\frac{F}{A}\left[1 + \frac{x_P x_A}{i_y^2} + \frac{y_P y_A}{i_x^2}\right] = -\frac{F}{96 \cdot 10^{-4}}\left[1 + \frac{4{,}67 \cdot 4{,}67}{4{,}89} + \frac{4 \cdot 4}{16}\right] =$$

$$= 672{,}91P \le R_c = 140\,\text{МПа};$$

$$\sigma_B = -\frac{F}{A}\left[1 + \frac{x_P x_B}{i_y^2} + \frac{y_P y_B}{i_x^2}\right] = -\frac{F}{96 \cdot 10^{-4}}\left[1 + \frac{4{,}67 \cdot (-3{,}33)}{4{,}89} + \frac{4 \cdot (-8)}{16}\right] =$$

$$= 435{,}44P \le R_t = 24\,\text{МПа};$$

Из условия прочности в опасных точках сечения получаем:

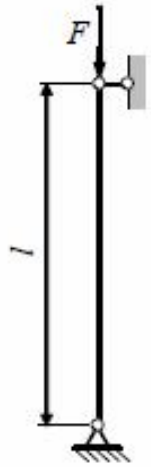
$$F \le \frac{140 \cdot 10^6}{672{,}91} = 208{,}05\,\text{кН}; \qquad F \le \frac{24 \cdot 10^6}{435{,}44} = 55{,}12\,\text{кН}.$$

В качестве допускаемой нагрузки следует взять наименьшее из двух значений. Следовательно, допускаемая нагрузка равна: $[F] = 55{,}12\,\text{кН}$.

ЗАДАЧА № 10

РАСЧЕТ СЖАТОЙ СТОЙКИ НА УСТОЙЧИВОСТЬ

1. ИСХОДНЫЕ ДАННЫЕ И УСЛОВИЕ ЗАДАЧИ



Стальной стержень длиной l сжимается силой F.

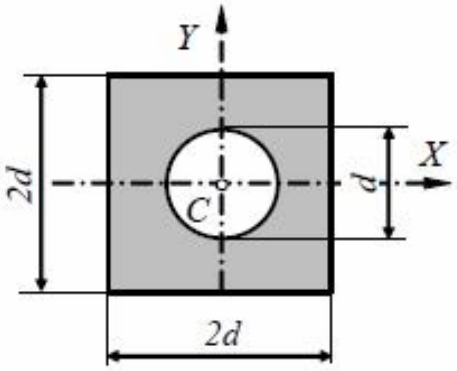
Требуется:

а) найти размеры поперечного сечения при допускаемом напряжении на простое сжатие $R = 160$ МПа (расчет производить последовательными приближениями, предварительно задавшись коэффициентом продольного изгиба $\varphi = 0{,}5$);

б) найти значение критической силы и коэффициент запаса устойчивости.

Исходные данные для решения задачи: $F = 400\,\text{кН}$; $l = 2{,}4\,\text{м}$; схема поперечного сечения **изображена**

2. РЕШЕНИЕ ЗАДАЧИ



Вычисляем геометрические характеристики заданного поперечного сечения сжатого стержня.

Площадь сечения равна:

$$A = 2d \cdot 2d - \frac{\pi \cdot d^2}{4} = 3{,}215d^2 .$$

Находим минимальный осевой момент инерции заданного поперечного сечения:

$$J_{\min} = J_X = J_Y = \frac{(2d)^4}{12} - \frac{\pi \cdot d^4}{64} = 1{,}284d^4 .$$

Определяем величину минимального радиуса инерции сечения:

$$i_{\min} = \sqrt{J_{\min} / A} = \sqrt{1{,}284d^4 / (3{,}215d^2)} = 0{,}632d .$$

Находим размеры поперечного сечения стойки из условия устойчивости.

Первая попытка. Принимаем $\varphi_1 = 0{,}5$. Тогда из условия устойчивости найдем требуемую площадь поперечного сечения стержня:

$$\sigma = \frac{F}{A} \le \varphi R$$

$$A_{тр} = \frac{F}{\varphi R} = \frac{400 \cdot 10^3}{0{,}5 \cdot 160 \cdot 10^6} = 50 \cdot 10^{-4}\,\text{м}^2 = 50\ \text{см}^2.$$

Учитывая ранее полученные выражения для величин A и i_{min}, имеем:

$$d = \sqrt{A / 3{,}215} = \sqrt{50 / 3{,}215} = 3{,}94\ \text{см}, \quad i_{\min} = 0{,}632 \cdot 3{,}94 = 2{,}49\ \text{см}.$$

Вычисляем гибкость стержня по формуле:

$$\lambda = \frac{\mu l}{i_{\min}} = \frac{1{,}0 \cdot 240}{2{,}49} = 96{,}29$$

где $\mu = 1{,}0$ – коэффициент приведенной длины, выбираемый в зависимости от условий закрепления концов стержня.

Табличное значение коэффициента продольного изгиба для стержней из стали марки Ст 3 при гибкости $\lambda = 96{,}29$ находится интерполяцией

$$\varphi_1' = 0{,}665 - \frac{0{,}665 - 0{,}599}{10} \cdot 6{,}29 = 0{,}623 .$$

Вторая попытка: $\varphi_2 = \dfrac{\varphi_1 + \varphi_1'}{2} = \dfrac{0{,}5 + 0{,}623}{2} = 0{,}562$.

$$A_{тр} = \frac{F}{\varphi R} = \frac{400 \cdot 10^3}{0{,}562 \cdot 160 \cdot 10^6} = 44{,}48 \cdot 10^{-4}\,\text{м}^2 = 44{,}48\ \text{см}^2.$$

$$d = \sqrt{A/3{,}215} = \sqrt{44{,}48/3{,}215} = 3{,}72\,\text{см},\quad i_{\min} = 0{,}632 \cdot 3{,}72 = 2{,}35\,\text{см}.$$

$$\lambda = \frac{\mu l}{i_{\min}} = \frac{1{,}0 \cdot 240}{2{,}35} = 102{,}09.$$

$$\varphi_2' = 0{,}599 - \frac{0{,}599 - 0{,}537}{10} \cdot 2{,}09 = 0{,}586.$$

Третья попытка: $\varphi_3 = \dfrac{\varphi_2 + \varphi_2'}{2} = \dfrac{0{,}562 + 0{,}586}{2} = 0{,}574$.

$$A_{тр} = \frac{F}{\varphi R} = \frac{400 \cdot 10^3}{0{,}574 \cdot 160 \cdot 10^6} = 43{,}55 \cdot 10^{-4}\,\text{м}^2 = 43{,}55\ \text{см}^2.$$

$$d = \sqrt{A/3{,}215} = \sqrt{43{,}55/3{,}215} = 3{,}68\,\text{см},\quad i_{\min} = 0{,}632 \cdot 3{,}68 = 2{,}33\,\text{см}.$$

$$\lambda = \frac{\mu l}{i_{\min}} = \frac{1{,}0 \cdot 240}{2{,}33} = 103{,}18.$$

$$\varphi_3' = 0{,}599 - \frac{0{,}599 - 0{,}537}{10} \cdot 3{,}18 = 0{,}579.$$

Определяем величину расчетных напряжений в сечении стержня:

$$\sigma = \frac{F}{\varphi A} = \frac{400 \cdot 10^3}{0{,}579 \cdot 43{,}55 \cdot 10^{-4}} = 158{,}64\,\text{МПа} < R = 160\ \text{МПа}.$$

Недогрузка составляет: $\dfrac{160 - 158{,}64}{160} \cdot 100\% = 0{,}85\% < 5\%$, что допустимо.

Находим значение критической силы. Расчетная гибкость стержня $\lambda = 103{,}18$, что больше предельного значения $\lambda = 100$. Следовательно, при определении критической силы необходимо пользоваться формулой Эйлера:

$$F_{cr} = \sigma_{cr} A = \frac{\pi^2 E}{\lambda^2} A = \frac{3{,}14^2 \cdot 2 \cdot 10^{11}}{103{,}18^2} \cdot 43{,}55 \cdot 10^{-4} = 806{,}65 \cdot 10^3\,\text{Н} = 806{,}65\ \text{кН}.$$

Коэффициент запаса устойчивости равен:

$$k_y = \frac{F_{cr}}{F} = \frac{806{,}65}{400} = 2{,}017.$$

ЗАДАЧА 11

Стальной вал кругового поперечного сечения нагружен согласно заданной схемы. Определить:

1. Диаметры валов сплошного сечения и полого с отношением внутреннего диаметра к наружному *d/D=0,8*;

2. По отношению площадей сечений подобранных валов установить разницу в расходе материала на их изготовление;

3. Проверить жесткость валов.

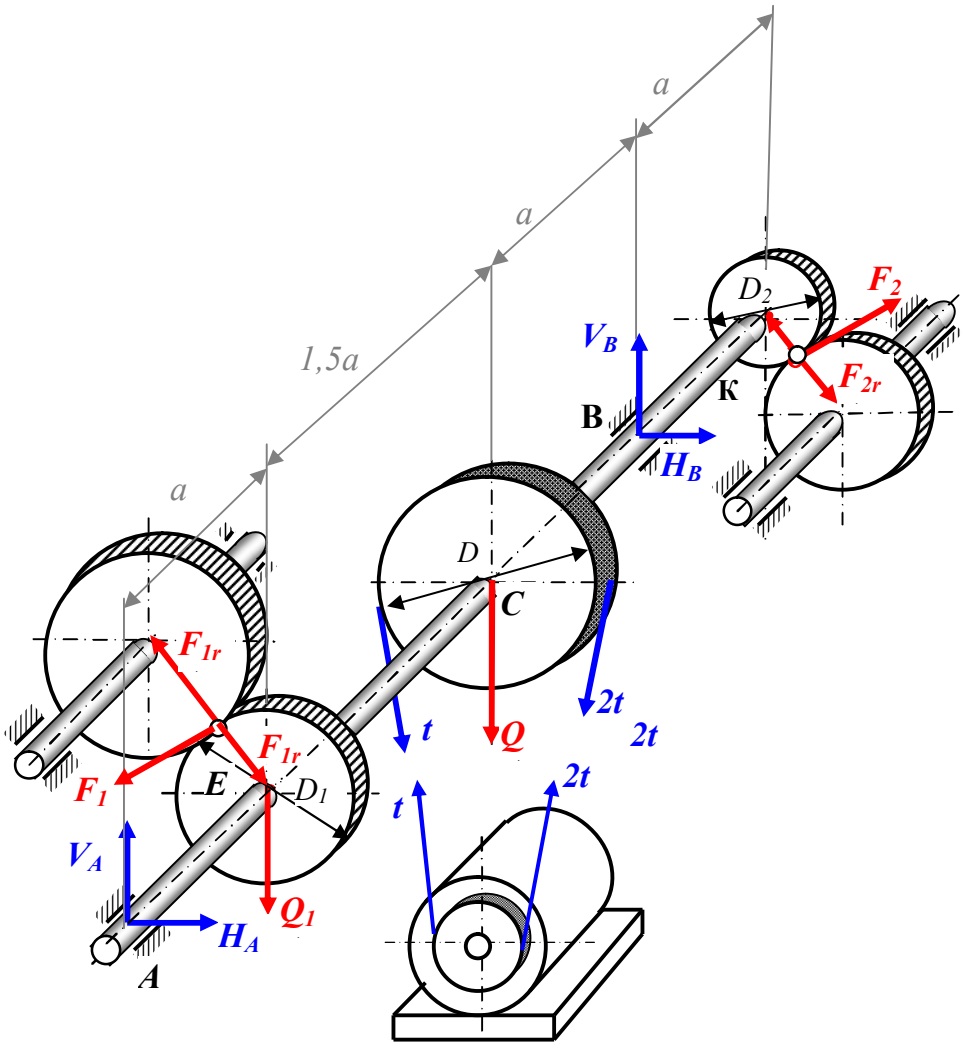


Рисунок 20 - Пример расчета вала

Таблица 13. Исходные данные примера

N	N_1	Q	Q_1	D	D_1	D_2	a	α	β	ω
кВт	кВт	Н	Н	м	м	м	м	град	град	рад/с
18	7	600	400	0,8	0,4	0,2	0,2	45	30	25

1. Определение расчетных нагрузок и составление расчетной схемы вала

1.1 Распределение мощности по валу

Принимаем шкив диаметра D – ведущим, шкивы или шестерни диаметров D_1 и D_2 – ведомыми;

мощность N на ведущем шкиве диаметра D: $N = 18$ кВт;

мощность N_1 на ведомой шестерне диаметра D_1: $N_1 = 7$ кВт;

мощность N_2 на ведомой шестерне диаметра D_2: $N_2 = N – N_1 = 18–7=11$ кВт.

1.2 Определение величин внешних моментов, действующих на вал

Момент на ведущем шкиве D: $M = \dfrac{N}{\omega} = \dfrac{18 \cdot 10^3}{25} = 720$ Н·м.

Момент на ведомой шестерне D_1: $M_1 = \dfrac{N_1}{\omega} = \dfrac{7 \cdot 10^3}{25} = 280$ Н·м.

Момент на ведомой шестерне D_2: $M_2 = \dfrac{N_2}{\omega} = \dfrac{11 \cdot 10^3}{25} = 440$ Н·м.

Проверка: $M = M_1 + M_2 = 280+440=720$ Н·м.

1.3 Определение усилий, действующих на вал

Момент на ведущем шкиве в сечении C, создаваемый натяжением плоского ремня, равен (рис. 2 а): $M = 2t\dfrac{D}{2} - t\dfrac{D}{2}$, откуда $t = \dfrac{2M}{D} = \dfrac{2 \cdot 720}{0{,}8} = 1800$ Н.

Усилие t параллельно оси y.

Момент на шестерне в сечении E, создаваемый окружным усилием F_1, равен: $M_1 = F_1\dfrac{D_1}{2}$, откуда $F_1 = \dfrac{2M_1}{D_1} = \dfrac{2 \cdot 280}{0{,}4} = 1400$ Н.

Усилие F составляет угол $\alpha = 45^\circ$ с осью x.

Радиальное усилие в сечении E равно:

$$F_{1r} = F_1 tg\,20^0 = 1400 \cdot 0{,}364 = 510 \text{ Н}.$$

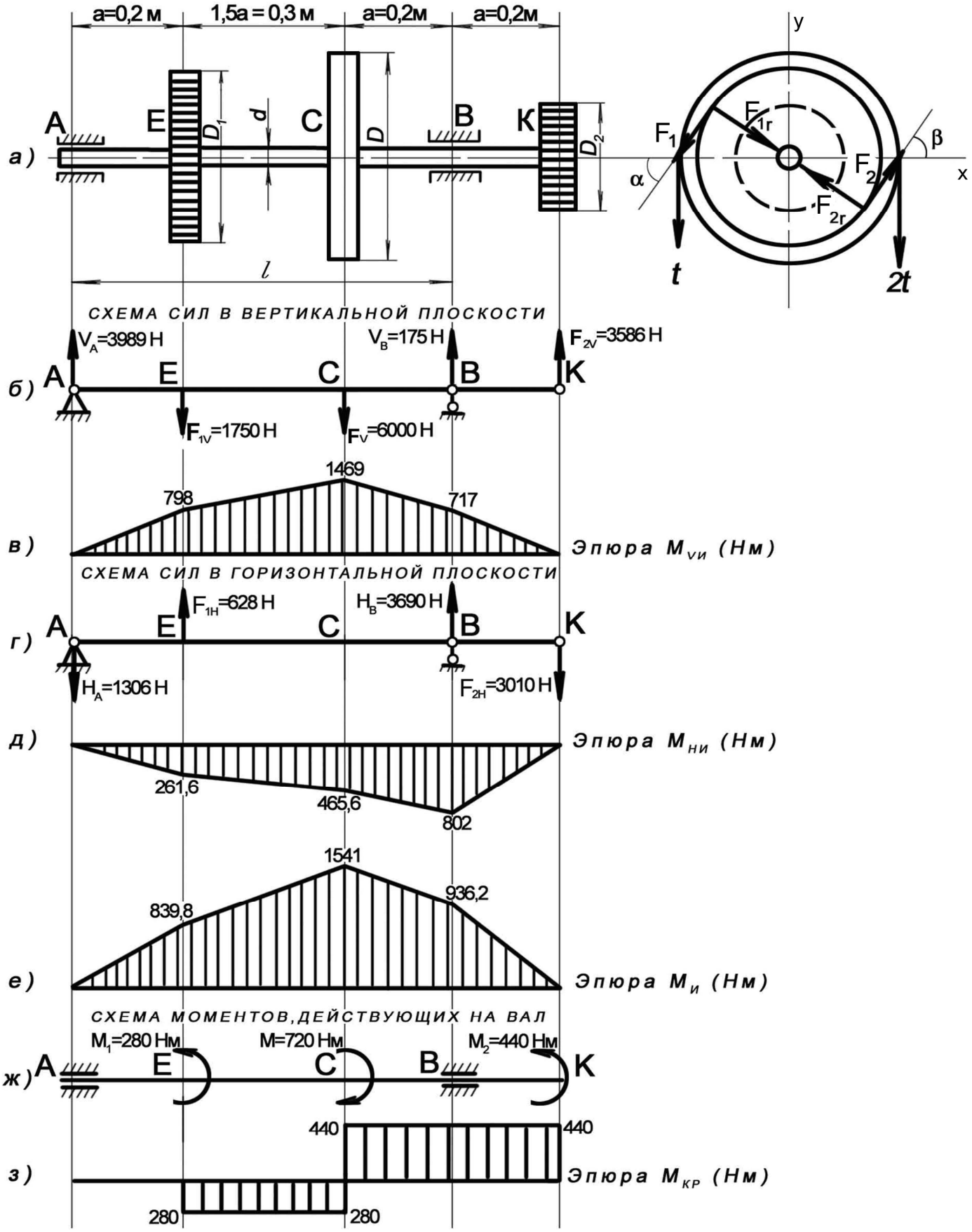

а=0,2 м
1,5а = 0,3 м
а=0,2м
а=0,2м
а)
A
E
C
B
K
D1
d
D
D2
l
y
x
F1
F1r
F2
F2r
α
β
t
2t
СХЕМА СИЛ В ВЕРТИКАЛЬНОЙ ПЛОСКОСТИ
б)
VA=3989 Н
VB=175 Н
F2V=3586 Н
F1V=1750 Н
FV=6000 Н
в)
1469
798
717
Эпюра MVИ (Нм)
СХЕМА СИЛ В ГОРИЗОНТАЛЬНОЙ ПЛОСКОСТИ
г)
F1H=628 Н
HB=3690 Н
HA=1306 Н
F2H=3010 Н
д)
Эпюра MНИ (Нм)
261,6
465,6
802
е)
1541
839,8
936,2
Эпюра MИ (Нм)
СХЕМА МОМЕНТОВ,ДЕЙСТВУЮЩИХ НА ВАЛ
ж)
M1=280 Нм
M=720 Нм
M2=440 Нм
з)
440
440
Эпюра MКР (Нм)
280
280

Рисунок 21

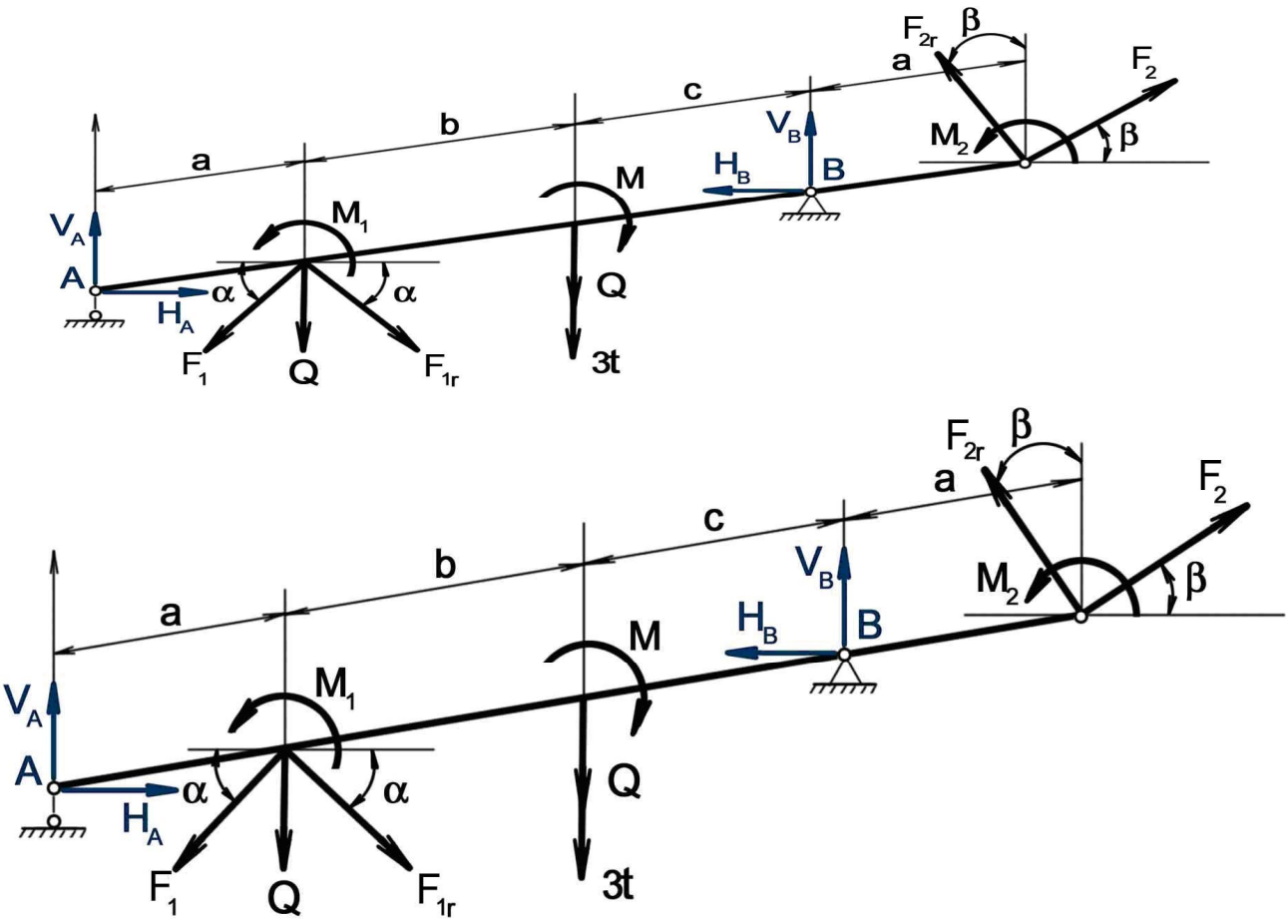


Рисунок 22 – Общая схема сил, действующих на вал

Усилие $F_{1r} \perp F_1$ и составляет угол α=45º с осью x_1.

Момент на шестерне в сечении *К*, создаваемый окружным усилием F_2, равен: $M_2 = F_2 \dfrac{D_2}{2}$, откуда $F_2 = \dfrac{2M_2}{D_2} = \dfrac{2 \cdot 440}{0{,}2} = 4400$ Н.

Усилие F_2 составляет угол β = 30º с осью *x*.

Радиальное усилие $F_{2r} = F_2 tg 20^0 = 4400 \cdot 0{,}364 = 1600$ Н.

Усилие $F_{2r} \perp F_2$ и составляет β=30º с осью *y*.

2. Построение эпюры изгибающих моментов в вертикальной плоскости

2.1 Внешние силы, действующие на вал в вертикальной плоскости

Руководствуясь рисунками, составляем схему сил, действующих на вал в вертикальной плоскости и строим эпюру изгибающих моментов. Внешние силы, действующие в вертикальной плоскости, равны:

в сечении Е: $F_{1V} = F_1 \sin 45^0 + F_{1r} \sin 45^0 + Q_1 = 1400 \cdot 0{,}707 + 510 \cdot 0{,}707 + 400 = 1750$ Н;

в сечении С: $F_V = 3t + Q = 3 \cdot 1800 + 600 = 6000$ Н;

в сечении К: $F_{2V} = F_2 \sin 30^0 + F_{2r} \cos 30^0 + Q_1 = 4400 \cdot 0{,}5 + 1600 \cdot 0{,}866 = 3586$ Н.

2.2 Определение опорных реакций

Составляем уравнение статики:

$\sum M_B = 0$, $F_{2V} \cdot a + F_V \cdot a + F_{1V} \cdot 2{,}5a - V_A \cdot 3{,}5a = 0$;

$\sum M_A = 0$, $F_{2V} \cdot 4{,}5a - F_V \cdot 2{,}5a - F_{1V} \cdot a + V_B \cdot 3{,}5a = 0$; из них:

$$V_A = \frac{F_{2V} \cdot a + F_V \cdot a + F_{1V} \cdot 2{,}5a}{3{,}5a} = \frac{3586 \cdot 0{,}2 + 6000 \cdot 0{,}2 + 1750 \cdot 2{,}5 \cdot 0{,}2}{3{,}5 \cdot 0{,}2} = 3989 \text{ Н};$$

$$V_B = \frac{-F_{2V} \cdot 4{,}5a + F_V \cdot 2{,}5a + F_{1V} \cdot 2{,}5a}{3{,}5a} = \frac{-3586 \cdot 4{,}5 \cdot 0{,}2 + 6000 \cdot 2{,}5 \cdot 0{,}2 + 1750 \cdot 0{,}2}{3{,}5 \cdot 0{,}2} = 175 \text{ Н}.$$

Проверка:

$\sum Y = 0$, $V_A + V_B = F_{1V} + F_V - F_{2V}$;

3989+175=1750+6000-3586;

4164 = 4164.

2.3 Построение эпюры изгибающих моментов в вертикальной плоскости (см. рис. 21, б, в)

Значения изгибающих моментов в характерных сечениях следующие:

Слева: $M_{VA} = 0$;

$$M_{VE} = V_A \cdot a = 3989 \cdot 0{,}2 = 798 \text{ Н·м};$$

$$M_{VC} = V_A \cdot 2{,}5a - F_{1V} \cdot 1{,}5a = 3989 \cdot 2{,}5 \cdot 0{,}2 - 1750 \cdot 1{,}5 \cdot 0{,}2 = 1469 \text{ Н·м}.$$

Справа: $M_{VK} = 0$;

$$M_{VB} = F_{2V} \cdot a = 3586 \cdot 0{,}2 = 717 \text{ Н·м}.$$

По этим значениям стоим эпюру M_V (рис. 21, в).

3. Построение эпюры изгибающих моментов в горизонтальной плоскости

3.1 Внешние силы, действующие на вал, в горизонтальной плоскости

Руководствуясь рисунками, составляем систему сил, действующих на вал в горизонтальной плоскости.

Внешние силы, действующие на вал в горизонтальной плоскости, равны:

в сечении Е: $F_{1H} = F_1 \cos 45^0 + F_{1r} \cos 45^0 = -1400 \cdot 0{,}707 + 510 \cdot 0{,}707 = -628$ Н;

в сечении С: $F_H = 0$;

в сечении К: $F_{2H} = F_2 \cos 30^0 - F_{2r} \sin 30^0 = 4400 \cdot 0{,}866 - 1600 \cdot 0{,}5 = 3010$ Н.

Направление сил указано на схеме.

3.2 Определение опорных реакций

Составляем уравнение статики:

$\sum M_B = 0$, $-F_{2H} \cdot a - F_{1H} \cdot 2{,}5a + H_A \cdot 3{,}5a = 0$;

$\sum M_A = 0$, $-F_{2H} \cdot 4{,}5a + F_{1H} \cdot a + H_B \cdot 3{,}5a = 0$; из них:

$$H_A = \frac{F_{2H} \cdot a + F_{1H} \cdot 2{,}5a}{3{,}5a} = \frac{3010 \cdot 0{,}2 + 628 \cdot 2{,}5 \cdot 0{,}2}{3{,}5 \cdot 0{,}2} = 1308\,\text{Н};$$

$$H_B = \frac{F_{2H} \cdot 4{,}5a - F_{1H} \cdot a}{3{,}5a} = \frac{3010 \cdot 4{,}5 \cdot 0{,}2 - 628 \cdot 0{,}2}{3{,}5 \cdot 0{,}2} = 3690\,\text{Н}.$$

Проверка:

$\sum X = 0$, $-H_A + H_B = -F_{1H} + F_{2H}$;

3690 – 1308 = 3010 – 628;

2382 = 2382.

3.3 Построение эпюры изгибающих моментов в горизонтальной плоскости (см. рис. 21, д)

Значения изгибающих моментов в характерных сечениях следующие:

слева: $M_{HA} = 0$;

$M_{HE} = -H_A \cdot a = -1308 \cdot 0{,}2 = -261{,}6$ Н·м;

$M_{HC} = -H_A \cdot 2{,}5a + F_{1H} \cdot 1{,}5a = -1308 \cdot 2{,}5 \cdot 0{,}2 + 628 \cdot 1{,}5 \cdot 0{,}2 = -465{,}6$ Н·м.

Справа: $M_{HK} = 0$;

$M_{HB} = -F_{2H} \cdot a = -3010 \cdot 0{,}2 = -602$ Н·м.

По этим значениям стоим эпюру M_H (рис. 21, д).

3.4 Построение эпюры суммарных изгибающих моментов

Изгибающий момент в любом сечении равен геометрической сумме изгибающих моментов, действующих в вертикальной и горизонтальной плоскостях:

$M_{\Sigma A} = 0$;

$M_{\Sigma E} = \sqrt{M_{VE}^2 + M_{HE}^2} = \sqrt{798^2 + 261{,}6^2} = 839{,}8$ Н·м;

$M_{\Sigma C} = \sqrt{M_{VC}^2 + M_{HC}^2} = \sqrt{1469^2 + 465{,}6^2} = 1541$ Н·м;

$M_{\Sigma B} = \sqrt{M_{VB}^2 + M_{HB}^2} = \sqrt{717^2 + 602^2} = 936{,}2$ Н·м;

$M_{\Sigma K} = 0$.

Эпюра, построенная по этим данным, изображена на рис. 21, е.

3.5 Построение эпюры крутящих моментов

В соответствии с общей схемой сил, действующих на вал (рис. 22), составляем схему работы вала на кручение (рис. 21, е) и строим эпюру крутящих моментов.

Крутящий момент на участке АЕ: $M_к$=0;
На участке ЕС: $M_к$=M_1=–280 Н·м;
На участке СК: $M_к$=M_2=–280+720=440 Н·м.
Эпюра крутящих моментов представлена на рис. 21,з.

3.6 Определение диаметров сплошного вала и полого вала с отношением внутреннего диаметра к наружному 0,8

В опасном сечении *C* действует изгибающий момент M_Σ=154 Н·м и крутящий момент $M_к$=440 Н·м.

Условие прочности имеет вид: $$\sigma_{\max} = \frac{\sqrt{M_\Sigma^2 + 0{,}25 \cdot \left(\frac{[\sigma]}{[\tau]}\right)^2 \cdot M_к^2}}{W_x} \le [\sigma].$$

Выберем для изготовления вала сталь 45 в нормализованном состоянии. Эта сталь имеет следующие механические свойства.

σ_B, МПа	σ_T, МПа	τ_T, МПа	σ_{-1}, МПа	τ_{-1}, МПа
700	360	180	280	220

При симметричном цикле допускаемые напряжения равны:

$$[\sigma] = \frac{\sigma_{-1}}{n},$$

где n – коэффициент запаса прочности. Принимаем n = 2,2.

Допускаемое нормальное напряжение равно:

$$[\sigma] = \frac{\sigma_{-1}}{n} = \frac{280}{2{,}2} = 125 \text{ МПа}.$$

Допускаемое касательное напряжение (с тем же коэффициентом запаса) равно:

$$[\tau] = \frac{\tau_{-1}}{n} = \frac{220}{2{,}2} = 100 \text{ МПа}.$$

Диаметр сплошного вала определим по формуле:

$$d = \sqrt[3]{\frac{\sqrt{M_\Sigma^2 + 0{,}25 \cdot \left(\frac{[\sigma]}{[\tau]}\right)^2 \cdot M_к^2}}{0{,}1 \cdot [\sigma]}} = \sqrt[3]{\frac{\sqrt{1541^2 + 0{,}25 \cdot \left(\frac{125}{100}\right)^2 \cdot 440^2}}{0{,}1 \cdot 125}} \approx 5 \cdot 10^{-2} \text{ м}.$$

Наружный диаметр полого вала равен:

$$d_н = \sqrt[3]{\frac{\sqrt{M_\Sigma^2 + 0{,}25 \cdot \left(\frac{[\sigma]}{[\tau]}\right)^2 \cdot M_к^2}}{0{,}1(1-\alpha^4)[\sigma]}} = \sqrt[3]{\frac{\sqrt{1541^2 + 0{,}25 \cdot \left(\frac{125}{100}\right)^2 \cdot 440^2}}{0{,}1 \cdot (1-0{,}8^4) \cdot 125}} \approx 6 \cdot 10^{-2} \text{ м}.$$

3.7 Определение экономичности подобранных сечений

Разницу в расходе материала на изготовление валов оцениваем отношением площадей сплошного вала A к площади пустотелого вала A_1:

$$\frac{A}{A_1} = \frac{\pi d^2}{4} \cdot \frac{4}{\pi d_н^2 (1-\alpha^2)} = \frac{d^2}{d_н^2 (1-\alpha^2)} = \frac{5^2}{6^2 (1-0{,}8^2)} = 1{,}93 .$$

Таким образом, для изготовления вала сплошного сечения потребуется почти в 2 раза больше материала, чем для изготовления полого вала, несущего такую же нагрузку.

3.8 Проверка валов на жесткость

Условие жесткости при кручении имеет вид:

$$\theta_{\max} = \frac{M_{к\max} \cdot 1}{GJ_p} \cdot \frac{180}{\pi} \le [\theta],$$

где $\theta_{\max} = \frac{\varphi_{\max}}{l}$ – угол закручивания на один метр;

$M_{к\max}$ – максимальный крутящий момент;

GJ_p – жесткость при кручении;

$[\varphi]$ – допускаемый угол закручивания в градусах на один метр.

Для сплошного вала:

$$J_p = \frac{\pi d^4}{32} = \frac{3{,}14\left(5 \cdot 10^{-2}\right)^4}{32} = 61 \cdot 10^{-8}\ \text{м}^4;$$

$$\theta_{\max} = \frac{440 \cdot 1}{8 \cdot 10^{10} \cdot 61 \cdot 10^{-8}} \cdot \frac{180}{3{,}14} = 0{,}5\ {}^0/м;$$

$$0{,}5\ {}^0/м > [\theta] = 0{,}25\ {}^0/м .$$

Для пустотелого вала:

$$J_p = \frac{\pi d_н^4}{32} \cdot \left(1-\alpha^4\right) = \frac{3{,}14\left(6 \cdot 10^{-2}\right)^4}{32} \cdot \left(1-0{,}8^4\right) = 76{,}5 \cdot 10^{-8}\ \text{м}^4;$$

$$\theta_{\max} = \frac{440 \cdot 1}{8 \cdot 10^{10} \cdot 76{,}5 \cdot 10^{-8}} \cdot \frac{180}{3{,}14} = 0{,}4\ {}^0/м;$$

$$0{,}4\ {}^0/м > [\theta] = 0{,}25\ {}^0/м .$$

3.9 Заключение

Диаметры валов, подобранные по условию прочности, не удовлетворяют условию жесткости.

Таким образом, размеры поперечных сечений валов определяем из условий жесткости.

$$\frac{M_{\kappa\max}}{GJ_p}\cdot\frac{180}{\pi}>[\theta].$$

Для сплошного вала: $J_p=\frac{M_{\max}}{G[\theta]}\cdot\frac{180}{\pi}$;

$$d=\sqrt[4]{\frac{32M_{\max}\cdot 180}{G[\theta]\pi^2}}=\sqrt[4]{\frac{32\cdot 440\cdot 180}{8\cdot 10^{10}\cdot 0{,}25\cdot 3{,}14^2}}=5{,}9\cdot 10^{-2}\text{ м.}$$

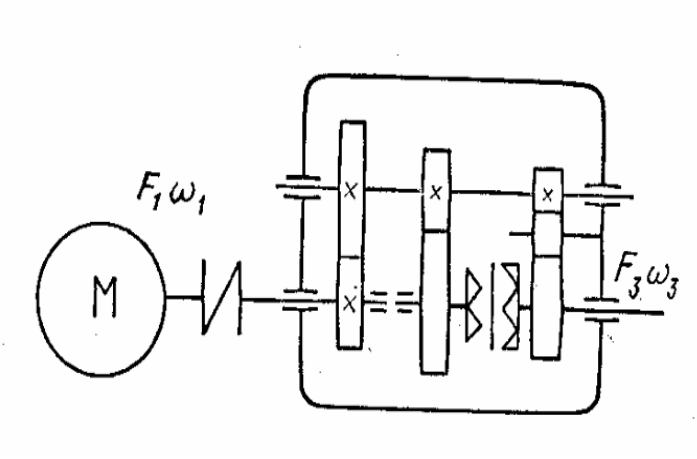
Для полого вала:

$$d_н=\sqrt[4]{\frac{32M_{\max}\cdot 180}{G[\theta](1-\alpha^4)\pi^2}}=\sqrt[4]{\frac{32\cdot 440\cdot 180}{8\cdot 10^{10}\cdot 0{,}25\cdot(1-0{,}8^4)\cdot 3{,}14^2}}=6{,}8\cdot 10^{-2}\text{ м.}$$

Принимаем по ГОСТ 6636-69: $d=6\cdot 10^{-2}$ м. $d_н=7\cdot 10^{-2}$ м.

ЗАДАЧА № 12

Рассчитать косозубую зубчатую передачу (быстроходную ступень) коробки скоростей привода к винтовому толкателю при условии, что мощность на ведомом валу P_3=3,5 кВт и угловая скорость вращения этого вала максимальная (при холостом ходе винта) ω_{3max}=9 рад/с и минимальная (при рабочем ходе) ω_{3min}=3 рад/с. Срок службы зубчатых колес 35 000 ч. Пусковая нагрузка 130% от номинальной.



Решение.

Принимаем частоту вращения электродвигателя 750 об/мин или ω_1=3,14·750/30=78,5 рад/с.

Передаточное число редуктора

На холостом ходу

$u_x=\omega_1/\omega_3$=78,5/9=8,72

на рабочем ходу

$u_p=\omega_1/\omega_3$=78,5/3=26,1

Принимаем передаточное отношение на быстроходной ступени $u_б$=6,3

Передаточное отношение для тихоходной передачи на холостом ходу

$u_{тх}=u_x/u_б$=8,72/6,3=1,38

Передаточное отношение для тихоходной передачи на холостом ходу

$u_{тр}=u_p/u_б$=26,1/6,3=4,15

Определим общий КПД привода

$$\eta=\eta_1^4\cdot\eta_2^2\eta_3^4,$$

КПД цилиндрической зубчатой закрытой передачи, η_1=0,97; КПД муфты, η_2=0,99; КПД учитывающий потери пары подшипников, η_3=0,99.

$$\eta=0{,}97^4\cdot 0{,}99^2\cdot 0{,}99^4=0{,}83$$

Скорость вращения по ступеням составит
На холостом ходу
Тихоходный вал n_{1x}=9·30/3,14=85,98 об/мин
Промежуточный вал n_{2x}= $n_{1x}\cdot u_{тх}$ =85,98·1,38=118,94 об/мин
Быстроходный вал n_{3x}= $n_{2x}\cdot u_б$=118,94·6,3=750 об/мин
На рабочем ходу
Тихоходный вал n_{1p}=3·30/3,14=28,6 об/мин
Промежуточный вал n_{2p}= $n_{1p}\cdot u_{тр}$ =28,66·4,15=118,94 об/мин
Быстроходный вал n_{3p}= $n_{2p}\cdot u_б$=118,94·6,3=750 об/мин
Определим угловую скорость вращения

$$\omega = \frac{\pi \cdot n}{30} \text{ рад}/\text{с}$$

Промежуточный вал ω_2=3,14·118,94/30=12,45 рад/с
Мощность на быстроходном валу.
P=1,3·P_3/η=1,3·3,5/0,83=5,35 кВт
Определим вращающий момент на быстроходном валу

$$T = \frac{P}{\omega_1} \cdot \eta_1 = \frac{5350}{78,5} \cdot 0,99 = 67,5 \text{Н} \cdot \text{м}$$

Расчет быстроходной ступени.

Выбираем материал для зубчатых колес. Для шестерни сталь 40Х, термообработка – улучшение, твердость НВ=270; для колеса сталь 40Х термообработка – улучшение, твердость
Определим допускаемое контактное напряжение

$$[\sigma_{Hн}] = \frac{\sigma_{Hн\lim b} \cdot K_{HL}}{[S_H]} \text{МПа},$$

для колеса $\sigma_{H\lim b}$=2НВ+70 – предел контактной выносливости при базовом числе циклов; N_{HO} – базовое число циклов; N_{HE}- срок службы; K_{HL}- коэффициент долговечности; $[S_H]$-коэффициент безопасности.

При НВ 200-500 $N_{HO}=6\cdot 10^7$.

При реверсивности привода N_{HE}=30nt, где n- частота вращения, t- срок службы.

$$N_{HE_1} = 30 \cdot 750 \cdot 35000 = 787,5 \cdot 10^6$$

$$N_{HE_2} = 30 \cdot 118,94 \cdot 35000 = 124,9 \cdot 10^6$$

т.к. $N_{HO} < N_{HE}, K_{HL_1} = K_{HL_2} = 1$

$[S_H] = 1,1$

$$[\sigma_H] = 0,45 \cdot ([\sigma_{H_1}] + [\sigma_{H_2}]) МПа,$$

где $[\sigma_{H1}]$,$[\sigma_{H2}]$-допускаемое контактное напряжение для шестерни и колеса.

$$[\sigma_{H_1}] = \frac{(2 \cdot 270 + 70) \cdot 1}{1,1} = 554,4 \text{МПа},$$

$$[\sigma_{H_2}] = \frac{(2 \cdot 245 + 70) \cdot 1}{1,1} = 509 \text{МПа}.$$

$$[\sigma_H] = 0,45 \cdot [(554,5) + (509)] = 478,5 \text{МПа}.$$

$$[\sigma_H] \le 1,23 \cdot [\sigma_{H_2}]$$

478,5≤626- условие выполнено.

При несимметричном расположении зубчатого колеса относительно опоры коэффициент $K_{H\beta}$=1,15

Коэффициент ширины венца для зуба ψ_{ba}=0.25

<u>Определим межосевое расстояние</u>

$$a_w = K_a \cdot (U+1)\sqrt[3]{\frac{T \cdot K_{H\beta}}{[\sigma_H]^2 \cdot U^2 \cdot \psi_{ba}}} \text{мм},$$

где K_a=43-для прямозубого колеса.

$$a_w = 43 \cdot (6.3+1)\sqrt[3]{\frac{67,5 \cdot 10^3 \cdot 1,15}{(478,5)^2 \cdot 6.3^2 \cdot 0,25}} = 101,8 \text{мм}.$$

Примем a_w=125 мм.

<u>Определим модуль зацепления</u>

$$m_n = (0,01 \div 0,02) \cdot a_w \text{мм},$$

$$m_n = (0,01 \div 0,02) \cdot 125 = 1,25 \div 2,5 \text{мм}.$$

по ГОСТ 9563-60 m_t=1,25 мм.

<u>Определим число зубьев шестерни</u>

$$z_1 = \frac{2a_w \cdot \cos\alpha}{(U_2+1) \cdot m_n},$$

$$z_1 = \frac{2 \cdot 125 \cdot \cos 15°}{(6,3+1) \cdot 1,25} = 26,4$$

принимаем z_1=27. Тогда $z_2 = z_1 \cdot U_2 = 27 \cdot 6,3 = 170,1 = 171$

Уточним значения угла наклона зубьев

$$\cos\beta = \frac{(z_1+z_2) \cdot m_n}{2a_w},$$

$$\cos\beta = \frac{(27+171) \cdot 1,25}{2 \cdot 125} = 0,99.$$

угол β=8,1°.

<u>Определим основные размеры шестерни и колеса</u>

а) делительные диаметры:

$$d_1 = \frac{m_n}{\cos\beta} \cdot z_1 мм,$$

$$d_1 = \frac{1,25}{\cos 8,1°} \cdot 27 = 34 мм.$$

$$d_1 = \frac{m_n}{\cos\beta} \cdot z_2 мм,$$

$$d_1 = \frac{1,25}{\cos 8,1°} \cdot 171 = 216 мм.$$

Проверим межосевое расстояние: $a_w = \frac{(d_1 + d_2)}{2} = \frac{(34 + 216)}{2} = 125 мм.$

б) диаметры вершен зубьев:

$$d_{a_1} = d_1 + 2m_t мм,$$

$$d_{a_1} = 34 + 2 \cdot 1,25 = 36,5 мм.$$

$$d_{a_{21}} = d_2 + 2m_t мм,$$

$$d_{a_2} = 246 + 2 \cdot 1,25 = 248,5 мм.$$

в) ширина колеса и шестерни:

$$b_1 = \psi_{ba} a_w мм,$$

$$b_1 = 0,25 \cdot 125 = 30 мм.$$

$$b_2 = b_1 + 5 мм,$$

$$b_2 = 30 + 5 = 35 мм.$$

г) коэффициент ширины шестерни по диаметру:

$$\psi_{bd} = \frac{b_1}{d_1},$$

$$\psi_{bd} = \frac{30}{34} = 0.88$$

Определим окружную скорость колес

$$\upsilon = \frac{\omega_1 \cdot d_1}{2 \cdot 10^3} м/с,$$

$$\upsilon = \frac{78,5 \cdot 34}{2 \cdot 10^3} = 1,33 м/с.$$

т.к. υ<10 м/с степень точности принимаем равную 8.

<u>Определим коэффициент нагрузки</u>

$$K_H = K_{H\beta} \cdot K_{H\alpha} \cdot K_{H\alpha}.$$

при ψ_{bd}=1,8,твердости HB<350 и несимметричном расположении колес коэффициент $K_{H\beta}$=1,03.

при υ=1,33 м/с и 8-й степени точности коэффициент $K_{H\alpha}$=1,07.

для косозубых колес при скорости 1,33м/с коэффициент $K_{H\upsilon}$=1,0.

$$K_H = 1,03 \cdot 1,07 \cdot 1,00 = 1,1$$

Проверим контактное напряжения

$$\sigma_H \frac{270}{a_w} \cdot \sqrt{\frac{T_2 \cdot K_H \left(U_2+1\right)^3}{b_2 \cdot U_2^2}} \text{МПа},$$

$$\sigma_H \frac{270}{125} \cdot \sqrt{\frac{67.5 \cdot 10^3 \cdot 1{,}1\left(6.3+1\right)^3}{30 \cdot 6.3^2}} = 321 \text{МПа}.$$,

$\sigma_H \leq [\sigma_H]$- условия прочности выполнено.

<u>Определим силы действующие в зацеплении</u>

а) окружная:

$$F_t = \frac{2T_2}{d_2} \text{Н},$$

$$F_t = \frac{2 \cdot 67.5 \cdot 10^3}{216} = 625 \text{Н}.$$

б) радиальная:

$$F_r = F_t \cdot \frac{tg\alpha}{\cos\beta} \text{Н},$$

$$F_r = 625 \cdot \frac{tg20°}{\cos 8.1°} = 230 \text{Н},$$

Проверка зубьев на выносливость

$$\sigma_F = \frac{F_t \cdot K_F \cdot Y_F}{b \cdot m_t} \text{МПа}.$$

где Коэффициент нагрузки $K_F = K_{F\alpha} \cdot K_{F\upsilon}$,

при ψ_{bd}=0,5,твердости HB<350 и несимметричном расположении колес коэффициент $K_{F\alpha}$=1,25.

$K_{F\upsilon}$=1,1.

$K_F = 1{,}25 \cdot 1{,}1 = 1{,}37$.

Коэффициент, учитывающий форму зуба, Y_F зависит от числа зубьев Y_{F1}=3,7, Y_{F2}=3,6

Допускаемое напряжение при проверки на изгиб

$$[\sigma_F] = \frac{\sigma_{F\lim b}}{[S_F]} МПа,$$

для стали 40Х улучшенной придел выносливости при отнулевом цикле изгиба $\sigma^{o}_{Flim\,b}$=1,8НВ МПа,

для шестерни $\sigma^{o}_{F\lim b} = 1{,}8 \cdot 270 = 486$ МПа,

для колеса $\sigma^{o}_{F\lim b} = 1{,}8 \cdot 245 = 441$ МПа.

Коэффициент безопасности $[S_F]=[S_F]'[S_F]''$

$[S_F]'$=1,75 для стари 40Х улучшенной, коэффициент $[S_F]''$=1 для поковок и штамповок.

$$[S_F] = 1{,}75 \cdot 1 = 1{,}75$$

Допускаемые напряжения:

для шестерни $[\sigma_{F1}] = \dfrac{486}{1{,}75} = 277{,}7$ МПа,

для колеса $[\sigma_{F2}] = \dfrac{441}{1{,}75} = 252$ МПа.

т.к. реверсивность привода $[\sigma_{F2}]$ уменьшаем на 20%, $[\sigma_{F2}]$=201,6 МПа.

Проверку на изгиб следует проводить для зубчатого колеса, для которого отношение $[\sigma_F]/ Y_F$ меньше.

для шестерни $\dfrac{277{,}7}{3{,}7} = 75{,}05$ МПа,

для колеса $\dfrac{252}{3{,}6} = 70$ МПа.

Проверку на изгиб проводим для колеса

$$\sigma_{F2} = \frac{625 \cdot 1{,}37 \cdot 3{,}6}{30 \cdot 1.25} = 83 \text{МПа}.$$

$\sigma_{F2} \leq [\sigma_{F2}]$ - условие прочности выполнено.

КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ ДЛЯ ПОДГОТОВКИ К АТТЕСТАЦИИ

1. Основные цели, задачи и разделы технической механики.
2. Основные и дополнительные геометрические характеристики в курсе сопротивления материалов, их смысл, обозначение, единицы измерения.
3. Понятие центра тяжести, центральных осей, главных осей, главных центральных осей.
4. Определение положения центра тяжести заданного сечения.
5. Вычисление главных центральных моментов инерции сечении.
6. Геометрические характеристики простейших фигур.
7. Внутренние силовые факторы в брусе.
8. Частные случаи действия ВСФ (простые виды сопротивления стержня).
9. Плоский поперечный изгиб.
10. Эпюры внутренних силовых факторов. Методы построения, контроль правильности.
11. Условие прочности при плоском изгибе.
12. Принцип и методика подбора поперечного сечения балки по заданной нагрузке из условия прочности.
13. Условие прочности стержней, работающих на растяжение или сжатие.
14. Осевое растяжение или сжатие.
15. Коэффициент Пуассона.
16. Модуль упругости при растяжении 1 рода (модуль Юнга).
17. Закон Гука для абсолютных удлинений.
18. Испытание материалов на растяжение-сжатие.
19. Диаграмма растяжения образца из малоуглеродистой стали.
20. Напряжения при поперечном изгибе, формула Журавского.
21. Статически определимые и статически неопределимые системы.
22. Внецентренное растяжение-сжатие.
23. Понятия нейтральной линии, ядра сечения.
24. Продольный изгиб, устойчивость сжатых стержней.
25. Критическая сила, ее определение.
26. Определение критического напряжения.
27. Косой изгиб.
28. Кручение, изгиб с кручением.
29. Продольно-поперечный изгиб.
30. Какое тело называется несвободным? Что такое связи и реакции связей?
31. Условие равновесия любой системы сил.
32. Что такое проекция силы на ось? Как она вычисляется аналитически?
33. Что называется парой сил? Как вычисляется момент пары сил?
34. Что называется моментом силы относительно точки? Как устанавливается знак этого момента?
35. Какая точка называется центром тяжести тела?
36. Что называется законом движения точки по данной траектории?

37. Что такое скорость? Как она вычисляется при естественном и координатном способах задания движения точки?

38. Что такое ускорение точки? Как оно вычисляется при естественном и координатном способах задания движения точки?

39. Какое движение точки называют сложным? Прочитайте теоремы об абсолютной скорости и абсолютном ускорении. Ускорение Кориолиса.

40. Какое движение твердого тела называется поступательным? Как вычисляют скорость и ускорение тела при таком движении?

41. Какое движение твердого тела называется вращательным? Каким законом оно задается?

42. Как вычисляются: угловая скорость, угловое ускорение тела при вращательном движении его?

43. Как вычисляются скорость и ускорение каждой точки вращающегося тела?

44. Какое движение твердого тела называется плоскопараллельным? Приведите примеры из практики.

45. Что такое мгновенный центр вращения (скоростей)? Как определить его положение?

46. Машина. Классификация машин. Основные требования к машинам и их деталям, основные критерии их работоспособности.

47. Назначение механических передач.

48. Виды соединения деталей.

СПРАВОЧНЫЕ ПРИЛОЖЕНИЯ

Таблица 14. Значение коэффициента продольного изгиба для различных случаев закрепления стержней при расчете на устойчивость

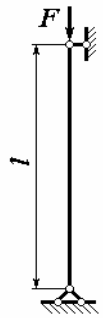
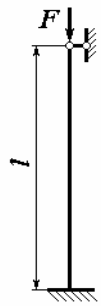
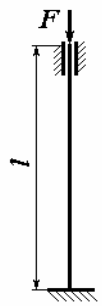
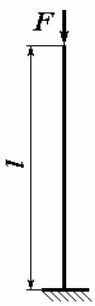
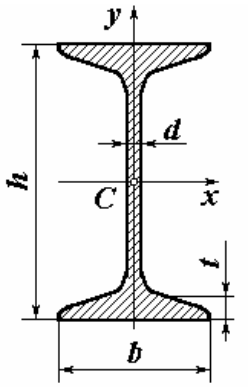
			

Схема а	*Схема б*	*Схема в*	*Схема г*
$\mu = 1$	$\mu = 0,7$	$\mu = 0,5$	$\mu = 2$



СОРТАМЕНТ ПРОКАТНОЙ СТАЛИ

Таблица 15

ДВУТАВРОВЫЕ БАЛКИ ПО ГОСТ 8239-89
(ВЫБОРКА)

№ профиля	Размеры, мм				Геометрические характеристики								Масса 1 п.м, (кг)
	h	b	d	t	A, (см^2)	J_x, (см^4)	W_x, (см^3)	i_x, (см)	S_x, (см^3)	J_y, (см^4)	W_y, (см^3)	i_y, (см)	
10	100	50	4,5	7,2	12,2	198	39,7	4,06	23,0	17,9	6,49	1,22	9,46
12	120	64	4,8	7,3	14,7	350	58,4	4,88	33,7	27,9	8,72	1,38	11,5
14	140	73	4,9	7,5	17,4	572	81,7	5,73	46,8	41,9	11,5	1,55	13,7
16	160	81	5,0	7,8	20,2	873	109	6,57	62,3	58,6	14,5	1,70	15,9
18	180	90	5,1	8,1	23,4	1290	143	7,42	81,4	82,6	18,4	1,88	18,4
18а	180	100	5,1	8,3	25,4	1430	159	7,51	89,8	114	22,8	2,12	19,9
20	200	100	5,2	8,4	26,8	1840	184	8,28	104	115	23,1	2,07	21,0
20а	200	110	5,2	8,6	28,9	2030	203	8,37	114	155	28,2	2,32	22,7
22	220	110	5,4	8,7	30,6	2550	232	9,13	131	157	28,6	2,27	24,0
22а	220	120	5,4	8,9	32,8	2790	254	9,22	143	206	34,3	2,50	25,8
24	240	115	5,6	9,5	34,8	3460	289	9,97	163	198	34,5	2,37	27,3
24а	240	125	5,6	9,8	37,5	3800	317	10,10	178	260	41,6	2,63	29,4
27	270	125	6,0	9,8	40,2	5010	371	11,20	210	260	41,5	2,54	31,5
27а	270	135	6,0	10,2	43,2	5500	407	11,30	229	337	50,0	2,80	33,9
30	300	135	6,5	10,2	46,5	7080	472	12,30	268	337	49,9	2,69	36,5
30а	300	145	6,5	10,7	49,9	7780	518	12,50	282	436	60,1	2,95	39,2
33	330	140	7,0	11,2	53,8	9840	597	13,50	339	419	59,9	2,79	42,2
36	360	145	7,5	12,3	61,9	13380	743	14,70	423	516	71,1	2,89	48,6
40	400	155	8,3	13,0	72,6	19062	953	16,20	545	667	86,1	3,03	57,0
45	450	160	9,0	14,2	84,7	27696	1231	18,10	708	808	101	3,09	66,5
50	500	170	10,0	15,2	100,0	39727	1589	19,90	919	1043	123	3,23	78,5
55	550	180	11,0	16,5	118,0	55962	2035	21,80	1181	1356	151	3,39	92,6
60	600	190	12,0	17,8	138,0	76806	2560	23,60	1491	1725	182	3,54	108,0

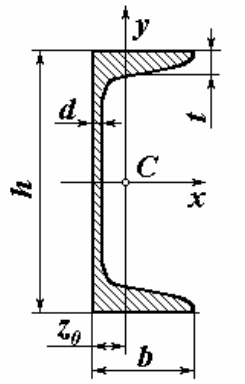


Таблица 16

ШВЕЛЛЕРЫ ПО ГОСТ 8240-97 (ВЫБОРКА)

№ профиля	Размеры, мм				Геометрические характеристики									Масса 1 п.м, (кг)
	h	b	d	t	A, (см^2)	J_x (см^4)	W_x, (см^3)	i_x, (см)	S_x, (см^3)	J_y, (см^4)	W_y, (см^3)	i_y, (см)	z_o, (см)	
5	50	32	4,4	7,0	6,16	22,8	9,1	1,92	5,59	5,61	2,75	0,95	1,16	4,84
6,5	65	36	4,4	7,2	7,51	48,6	15,0	2,54	9,00	8,70	3,68	1,08	1,24	5,90
8	80	40	4,5	7,4	8,98	89,4	22,4	3,16	13,30	12,8	4,75	1,19	1,31	7,05
10	100	46	4,5	7,6	10,9	174	34,8	3,99	20,40	20,4	6,46	1,37	1,44	8,59
12	120	52	4,8	7,8	13,3	304	50,6	4,78	29,60	31,2	8,52	1,53	1,54	10,4
14	140	58	4,9	8,1	15,6	491	70,2	5,60	40,80	45,4	11,0	1,70	1,67	12,3
14а	140	62	4,9	8,7	17,0	545	77,8	5,66	45,10	57,5	13,3	1,84	1,87	13,3
16	160	64	5,0	8,4	18,1	747	93,4	6,42	54,10	63,3	13,8	1,87	1,80	14,2
16а	160	68	5,0	9,0	19,5	823	103	6,49	59,40	78,8	16,4	2,01	2,00	15,3
18	180	70	5,1	8,7	20,7	1090	121	7,24	69,80	86,0	17,0	2,04	1,94	16,3
18а	180	74	5,1	9,3	22,2	1190	132	7,32	76,10	105,0	20,0	2,18	2,13	17,4
20	200	76	5,2	9,0	23,4	1520	152	8,07	87,80	113,0	20,5	2,20	2,07	18,4
20а	200	80	5,2	9,7	25,4	1670	167	8,15	95,90	139,0	24,2	2,35	2,28	19,8
22	220	82	5,4	9,5	26,7	2110	192	8,89	110,0	151,0	25,1	2,37	2,21	21,0
22а	220	87	5,4	10,2	28,8	2330	212	8,99	121,0	187,0	30,0	2,55	2,46	22,6
24	240	90	5,6	10,0	30,6	2900	242	9,73	139,0	208,0	31,6	2,60	2,42	24,0
24а	240	95	5,6	10,7	32,9	3180	265	9,84	151,0	254,0	37,2	2,78	2,67	25,8
27	270	95	6,0	10,5	35,2	4160	308	10,90	178,0	262,0	37,3	2,73	2,47	27,7
30	300	100	6,5	11,0	40,5	5810	387	12,00	224,0	327,0	43,6	2,84	2,52	31,8
33	330	105	7,0	11,7	46,5	7980	484	13,10	281,0	410,0	51,8	2,97	2,59	36,5
36	360	110	7,5	12,6	53,4	10820	601	14,20	350,0	513,0	61,7	3,10	2,68	41,9
40	400	115	8,0	13,8	61,5	15220	761	15,70	444,0	642,0	73,4	3,23	2,75	48,3

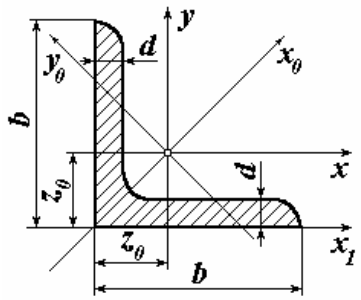


Таблица 17.
УГОЛОК РАВНОПОЛОЧНЫЙ
ПО ГОСТ 8509-72 (ВЫБОРКА)

Профиль	Геометрические характеристики									Масса 1 п.м, (кг)
	A, (см^2)	J_x, (см^4)	i_x, (см)	J_{xo}, (см^4)	i_{xo}, (см)	J_{yo}, (см^4)	i_{yo}, (см)	J_{x1}, (см^4)	z_o, (см)	
50×50×3	2,96	7,11	1,55	11,27	1,95	2,95	1,00	12,38	1,33	2,32
50×50×4	3,89	9,21	1,54	14,63	1,94	3,80	0,99	16,61	1,38	3,05
56×56×4	4,38	13,10	1,73	20,79	2,18	5,41	1,11	23,28	1,52	3,44
56×56×5	5,41	15,97	1,72	25,36	2,16	6,59	1,10	29,25	1,57	4,25
63×63×4	4,96	18,86	1,95	29,9	2,45	7,81	1,25	33,06	1,69	3,90
63×63×5	6,13	23,10	1,94	36,6	2,44	9,52	1,25	41,50	1,74	4,81
63×63×6	7,28	27,06	1,93	42,94	2,43	11,18	1,24	50,04	1,78	5,72
75×75×5	7,39	39,53	2,31	62,65	2,91	16,41	1,49	69,62	2,02	5,80
75×75×6	8,78	46,57	2,30	73,87	2,90	19,28	1,48	83,92	2,06	6,89
75×75×7	10,15	53,34	2,29	84,61	2,89	22,07	1,47	98,29	2,10	7,96
80×80×6	9,38	56,97	2,47	90,40	3,11	23,54	1,58	101,80	2,19	7,36
80×80×7	10,85	65,31	2,45	103,66	3,09	26,97	1,58	119,20	2,23	8,51
80×80×8	12,30	73,36	2,44	116,39	3,08	30,32	1,57	136,70	2,27	9,65
90×90×6	10,61	82,10	2,78	130,22	3,50	33,97	1,79	144,70	2,43	8,33
90×90×7	12,28	94,30	2,77	149,67	3,49	38,94	1,78	169,40	2,47	9,64
90×90×8	13,93	106,11	2,76	168,42	3,48	43,80	1,77	194,20	2,51	10,93
100×100×7	13,75	130,59	3,08	207,01	3,88	54,16	1,98	231,30	2,71	10,79
100×100×8	15,60	147,19	3,07	233,46	3,87	60,92	1,98	265,20	2,75	12,25
125×125×8	19,69	294,36	3,87	466,76	4,87	121,96	2,49	516,40	3,36	15,46
125×125×9	22,00	327,48	3,86	520,00	4,86	135,38	2,48	582,00	3,40	17,30
140×140×9	24,72	465,72	4,34	739,42	5,47	192,03	2,79	818,20	3,78	19,41
140×140×10	27,33	512,29	4,33	813,62	5,46	210,96	2,78	910,90	3,82	21,45
160×160×10	31,43	774,20	4,96	1229,10	6,25	319,38	3,19	1356,0	4,30	24,67
160×160×11	34,42	844,20	4,95	1340,70	6,24	347,77	3,18	1494,0	4,35	27,02
180×180×11	38,80	1216,40	5,60	1933,10	7,06	499,78	3,59	2128,0	4,85	30,47
180×180×12	42,19	1316,60	5,59	2092,80	7,04	540,45	3,58	2325,0	4,89	33,12
200×200×12	47,10	1822,80	6,22	2896,20	7,84	749,40	3,99	3182,0	5,37	36,97
200×200×14	54,60	2097,00	6,20	3333,00	7,81	861,00	3,97	3722,0	5,46	42,80
250×250×16	78,40	4717,10	7,76	7492,10	9,78	1942,1	4,98	8286,0	6,75	61,55

Т а б л и ц а 18. Таблица коэффициентов для расчета сжатых стержней на устойчивость

λ	Значение коэффициентов φ для элементов из						
	стали с расчетным сопротивлением R, МПа					**чугуна**	**дерева**
	160	*200*	*240*	*280*	*400*		
0	1,00	1,000	1,000	1,000	1,000	1,00	1,00
10	0,99	0,988	0,987	0,985	0,982	0,97	0,99
20	0,96	0,967	0,962	0,959	0,949	0,91	0,97
30	0,94	0,939	0,931	0,924	0,905	0,81	0,93
40	0,92	0,906	0,894	0,833	0,854	0,69	0,87
50	0,89	0,869	0,852	0,836	0,796	0,57	0,80
60	0,86	0,827	0,805	0,785	0,721	0,44	0,71
70	0,81	0,782	0,754	0,724	0,623	0,34	0,60
80	0,75	0,734	0,686	0,641	0,532	0,26	0,48
90	0,69	0,665	0,612	0,565	0,447	0,20	0,38
100	0,60	0,599	0,542	0,493	0,369	0,16	0,31
110	0,52	0,537	0,478	0,427	0,306	0	0,25
120	0,45	0,479	0,419	0,366	0,260	–	0,22
130	0,40	0,425	0,364	0,313	0,223	–	0,18
140	0,36	0,376	0,315	0,272	0,195	–	0,16
150	0,32	0,328	0,276	0,239	0,171	–	0,14
160	0,29	0,290	0,244	0,212	0,152	–	0,12
170	0,26	0,259	0,218	0,189	0,136	–	0,11
180	0,23	0,233	0,196	0,170	0,123	–	0,10
190	0,21	0,210	0,177	0,154	0,111	–	0,09
200	0,19	0,191	0,161	0,140	0,101	–	0,08
210	0,17	0,174	0,147	0,128	0,093	–	0,07
220	0,16	0,160	0,135	0,118	0,086	–	0,06

ЛИТЕРАТУРА

Основная

1. Мовнин М.С. Основы механики, Высшая школа, 1999.
2. Аркуша А.И. Техническая механика. Теоретическая механика и сопротивление материалов. – М.: Высшая школа, 1997.
3. Никитин Г.М. Теоретическая механика для техникумов. – М.: Наука, 1998.
4. Мовнин М.С. Сборник задач по технической механике. – М.: Высшая школа, 2000.
5. Александров А.В., Потапов В.Д., Державин Б.П. Сопротивление материалов. М., 1995.
6. Тарг С.М. Краткий курс теоретической механики. М., 2001.

Дополнительная

1. Ицкович Г.М. Сопротивление материалов. – М.: Высшая школа, 2000.
2. Эрдеди А.А. и др. Техническая механика. – М.: Высшая школа, 1998.
3. Винокуров. Сборник задач по технической механике. – М.: Высшая школа, 1998.
4. Аркуша А.И. Руководство к решению задач по теоретической механике. М., 1996.

Учебное издание

ТЕХНИЧЕСКАЯ МЕХАНИКА

Методические указания и задания

по выполнению контрольной работы

Р о щ и н Константин Владимирович

Подписано в печать 05.08.14. Формат 60x84 1/16.

Уч.-изд. л. 6,0. Усл. печ. л. 6,2. Тираж 150 экз.

Заказ № 71

Краснодарский технический колледж

350000 г. Краснодар, ул. Орджоникидзе, 52